Cinemática

Marco A. Merma Jara
http://mjfisica.net

Versión: 08.2013

Contenido

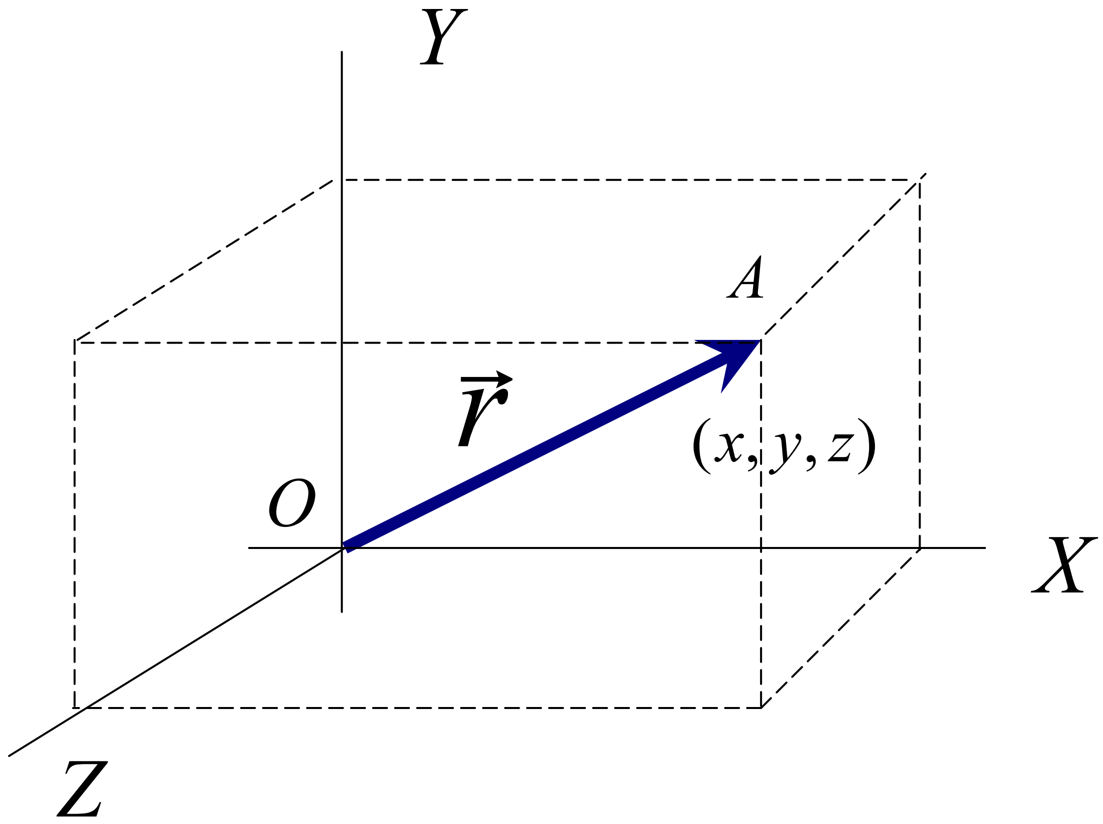
- Cinemática
  - Movimiento Unidimensional
    - Movimiento Unidimensional con aceleración constante
    - Movimiento Bidimensional
      - Movimiento de Proyectiles
      - Movimiento Curvilíneo
  - Movimiento Relativo
  - Ejercicios y Problemas

Cinemática

- Estudio del Movimiento de los cuerpos, considerando las relación geométrica entre
  - Espacio
  - Tiempo
- No considera las causas que originan el movimiento

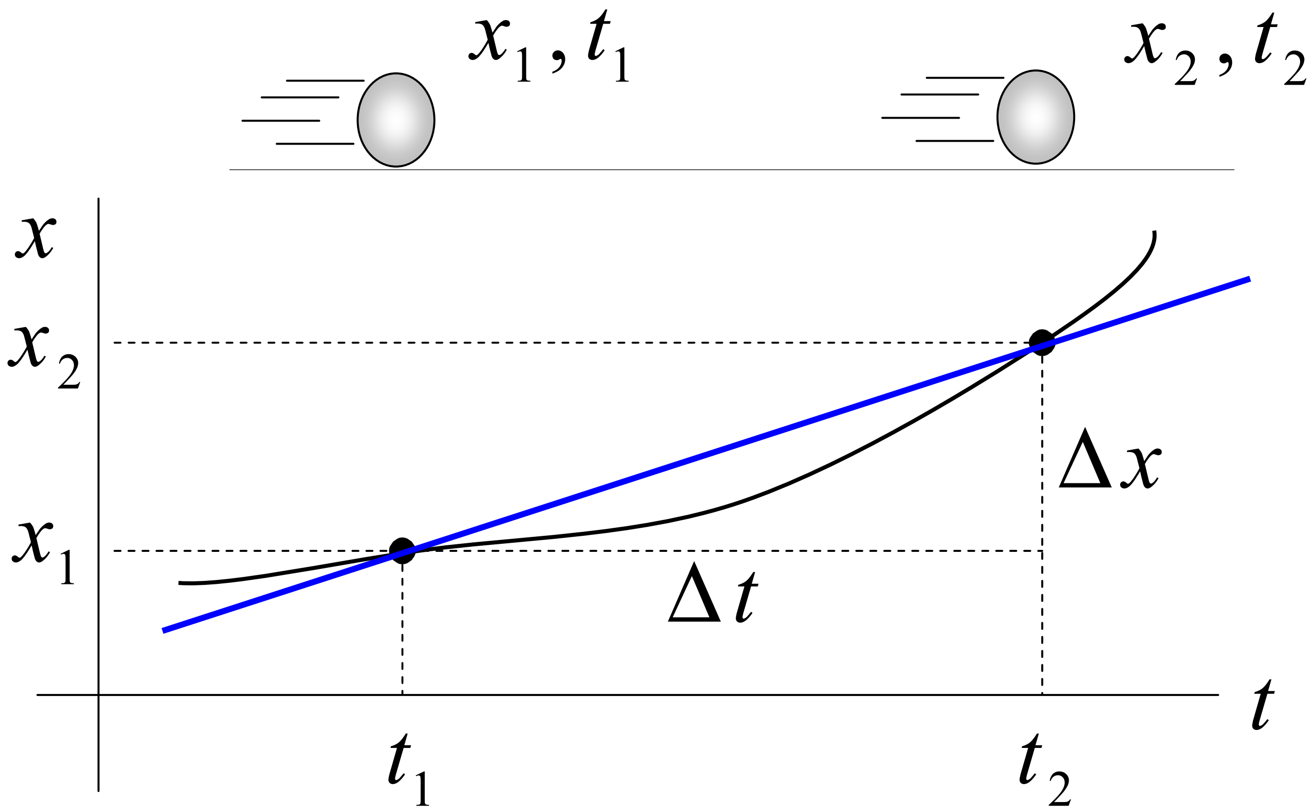
Posición

- Vector Posición r
- Coordenadas (x,y,z)
- Vector OA
- 0: Observador



Velocidad media

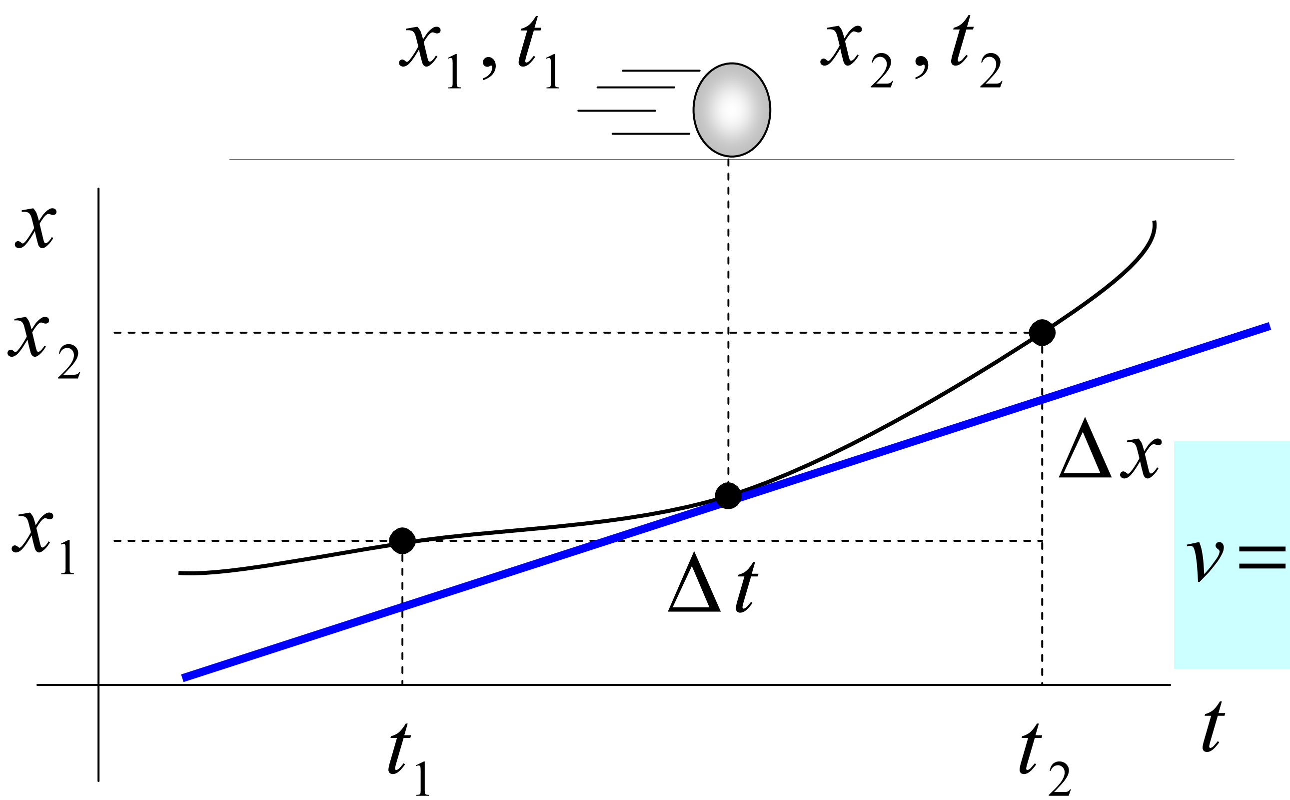
- Movimiento Unidimensional



$$< v >= \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Velocidad Instantánea

- Movimiento Unidimensional



$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Velocidad media e instantánea

- Velocidad media
  - La razón de cambio de la posición de un cuerpo en un intervalo finito de tiempo (Δt)

Velocidad media e Instantánea

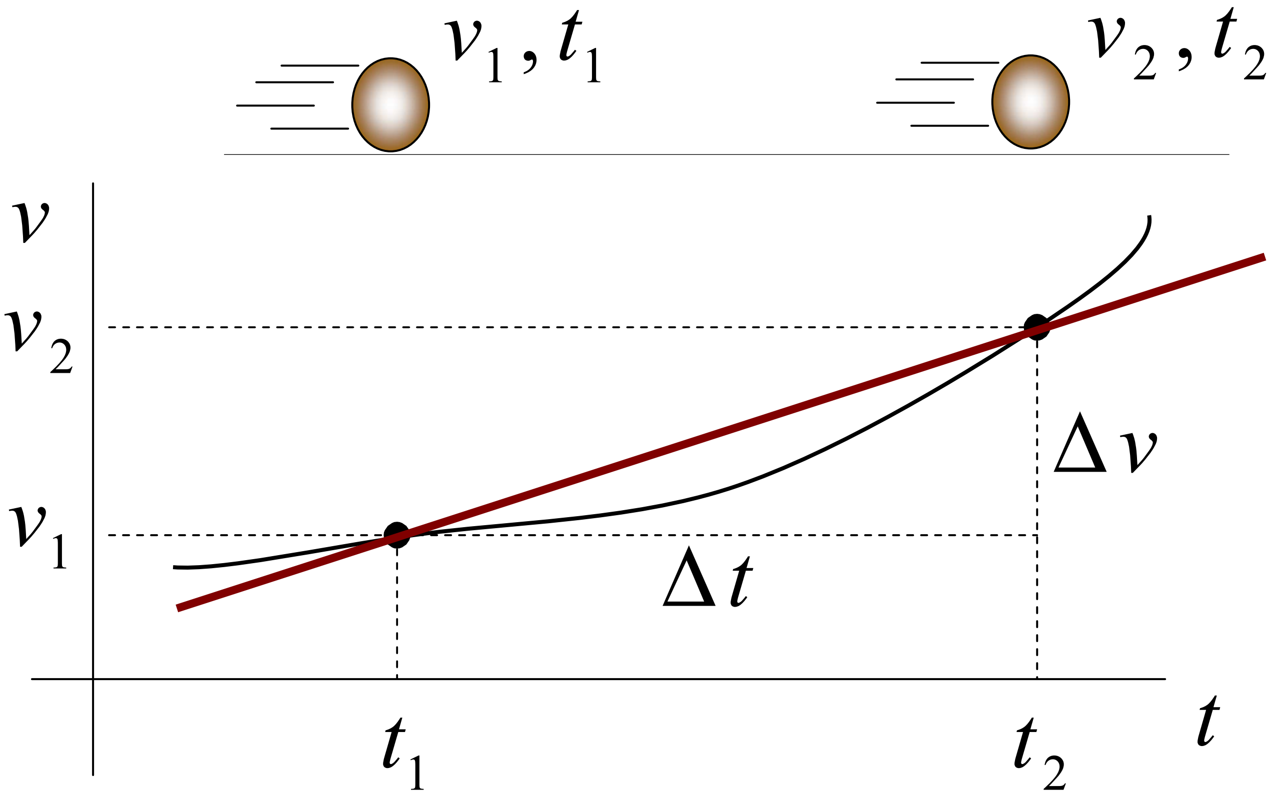
- Velocidad Instantánea
  - La razón de cambio del espacio en un intervalo de tiempo muy pequeño ($\Delta t \rightarrow 0$)

Movimiento Unidimensional

- La velocidad media nos indica que un cuerpo se ha movido de un lugar hacia otro
- Es una interpretación de la realidad, el movimiento de un cuerpo

Aceleración media

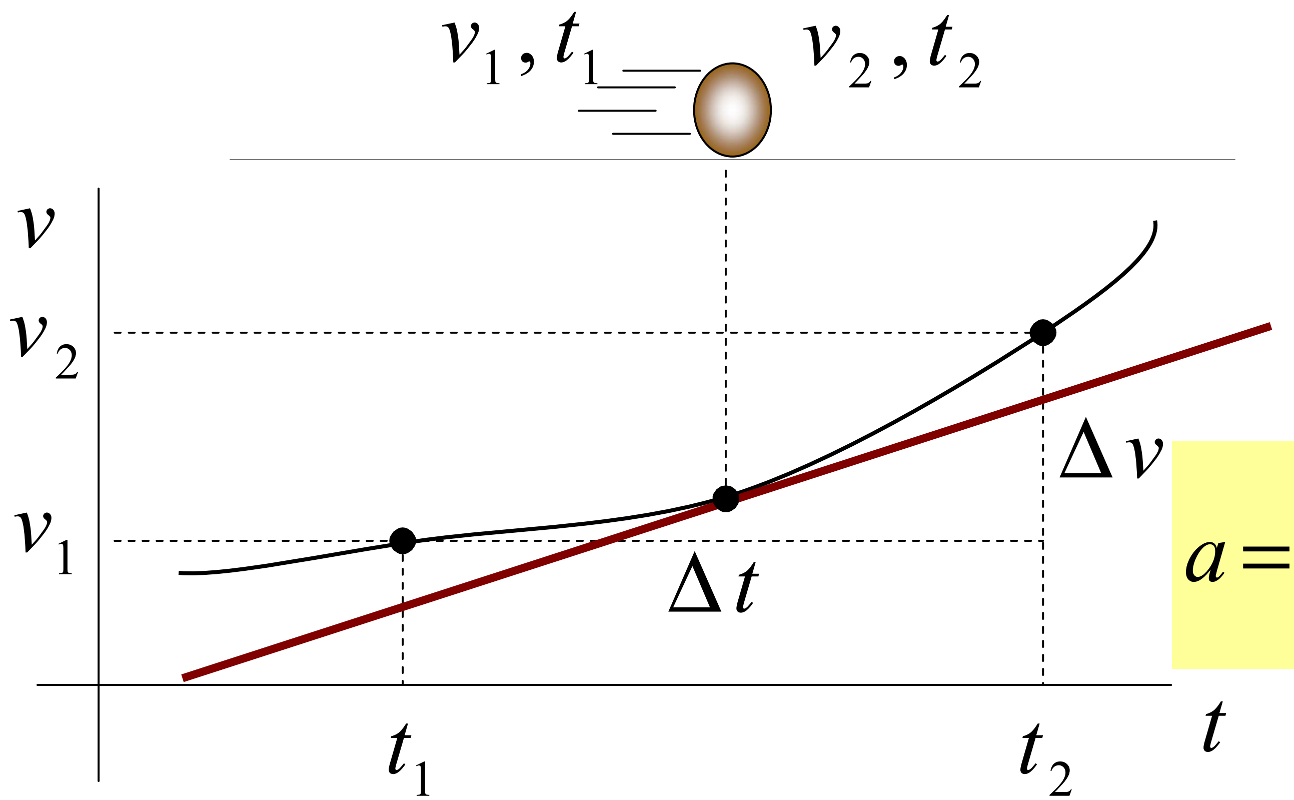
- Movimiento unidimensional



$$<a> = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Aceleración instantánea

- Movimiento unidimensional



$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Aceleración media

- La razón de cambio de la velocidad en un intervalo de tiempo finito (Δt)

Aceleración Instantánea

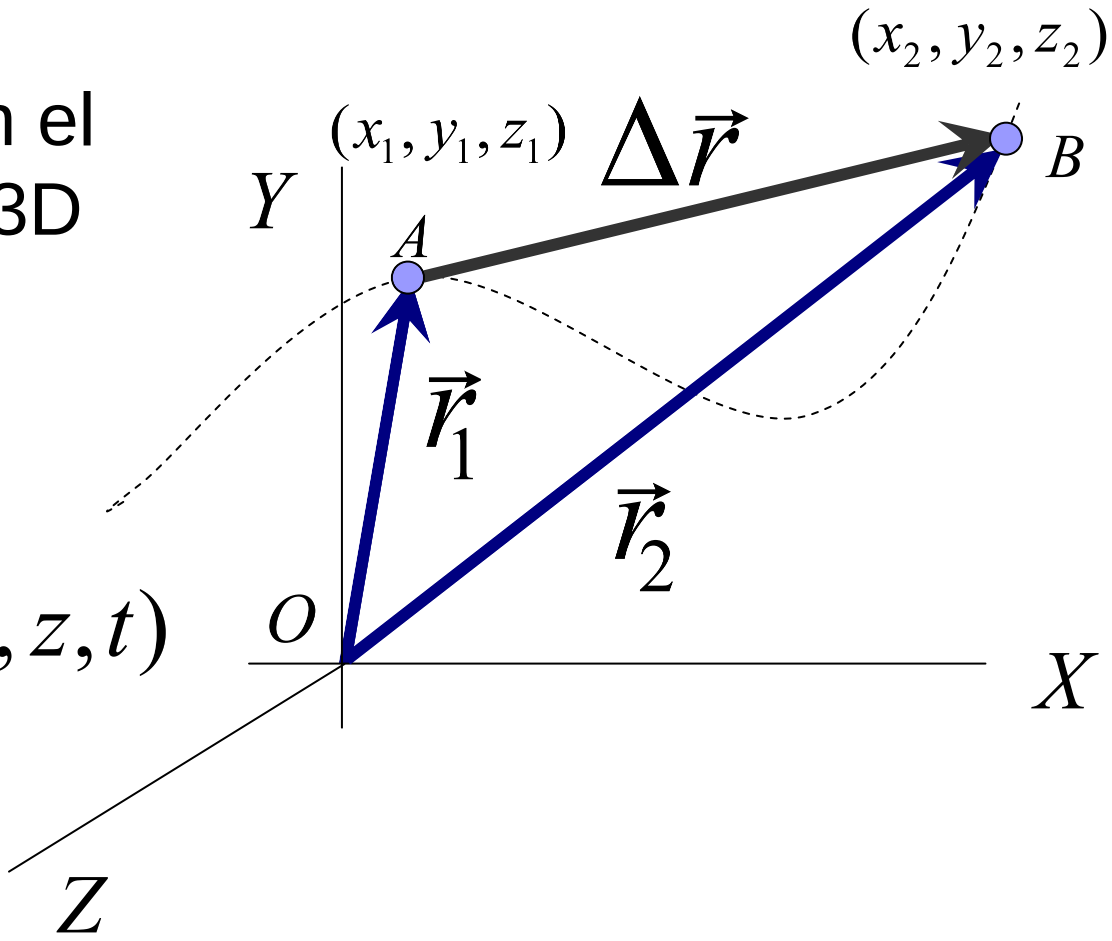
- Razón de cambio de la velocidad en un intervalo de tiempo muy pequeño ($\Delta t \to 0$)

Aceleración instantánea

- Indica que tan rápido o que tan lento ocurre el cambio de velocidad en el tiempo
- Aumenta (+) acelera
- Disminuye (-) desacelera

Movimiento de una Partícula

- Cambio de posición en el tiempo en 3D



$$r = r(x, y, z, t)$$

Ecuaciones del Movimiento 1D

- Posición $$x = x(t)$$
- velocidad $$v = \frac{dx}{dt}$$
- aceleración $$a = \frac{dv}{dt}$$

Ecuaciones del Movimiento 1D

- Posición $$x = x_o + \int_{t_1}^{t_2} v dt$$
- Velocidad $$v = v_o + \int_{t_1}^{t_2} a\, dt$$

Movimiento Unidimensional

- Ejemplo: La posición de una partícula en movimiento rectilíneo esta gobernado por la expresión $x=3t^2+2t-4$, donde x está en metro y t en segundo. (a) Determinar la velocidad media entre t=1s y t=2s, (b) Determinar la velocidad instantánea cuando t=4s, (c) Determinar la aceleración media entre t=3s y t=5s, (d) Determinar la aceleración instantánea para t=6s

Movimiento Unidimensional

- Ejemplo: La posición de una partícula en movimiento rectilíneo esta gobernado por la expresión $x=3t^2+2t-4$, donde x está en metro y t en segundo. (a) Determinar la velocidad media entre t=1s y t=2s, (b) Determinar la velocidad instantánea cuando t=4s, (c) Determinar la aceleración media entre t=3s y t=5s, (d) Determinar la aceleración instantánea para t=6s

$$< v >= \frac{x(2)-x(1)}{2-1} = \frac{(3(2)^2+2(2)-4)-(3(1)^2+2(1)-4)}{2-1} = 11\, m/s$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \left(6t+2\right)_{t=4} = 26\ m/s^2$$

Movimiento Unidimensional con aceleración Uniforme

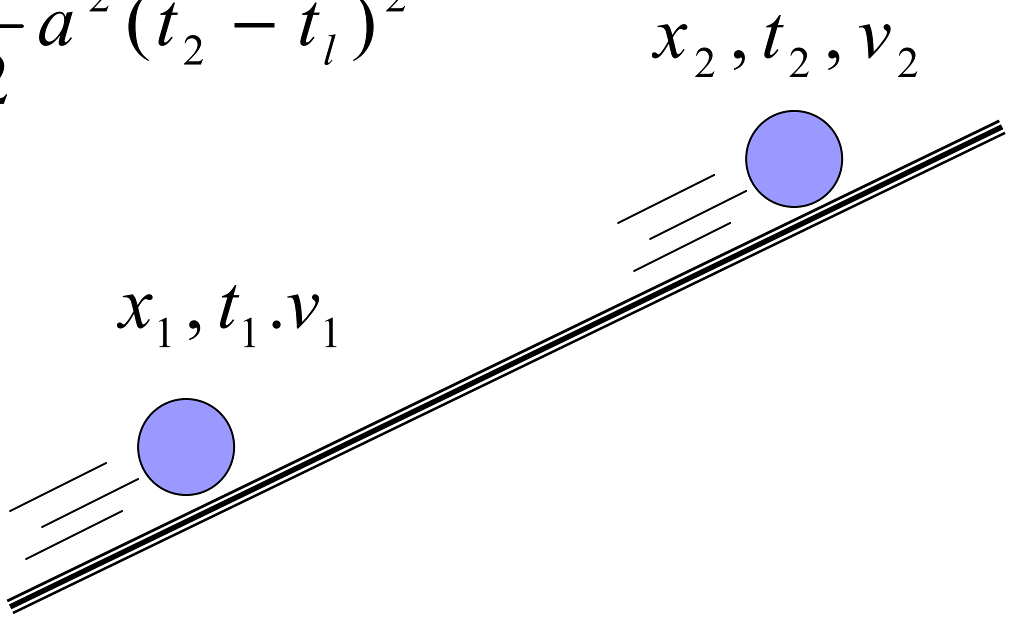
- Aceleración Uniforme (constante)

$$x = x_1 + v_1(t_2 - t_1) \pm \frac{1}{2}a^2(t_2 - t_l)^2$$

$$v_2 = v_1 \pm a(t_2 - t_1)$$

$$v_2^2 = v_1^2 \pm 2a(x_2 - x_1)$$

$$\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{v_2 + v_1}{2}$$



Movimiento Unidimensional con velocidad Uniforme

- Espacio recorrido v=cte

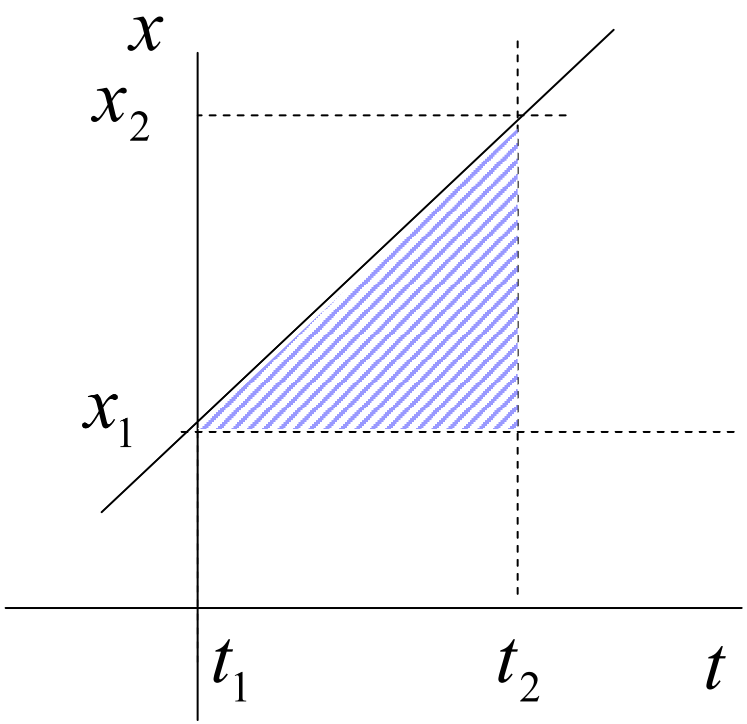
$$x_2 = x_1 + \int_{t_1}^{t_2} v\,dt$$

$$x_2 = x_1 + v(t_2 - t_1)$$

$$Si\;\; x_1 = 0 \quad en \;\; t_1 = 0$$

$$t_2 = t$$

$$\boxed{x = vt}$$

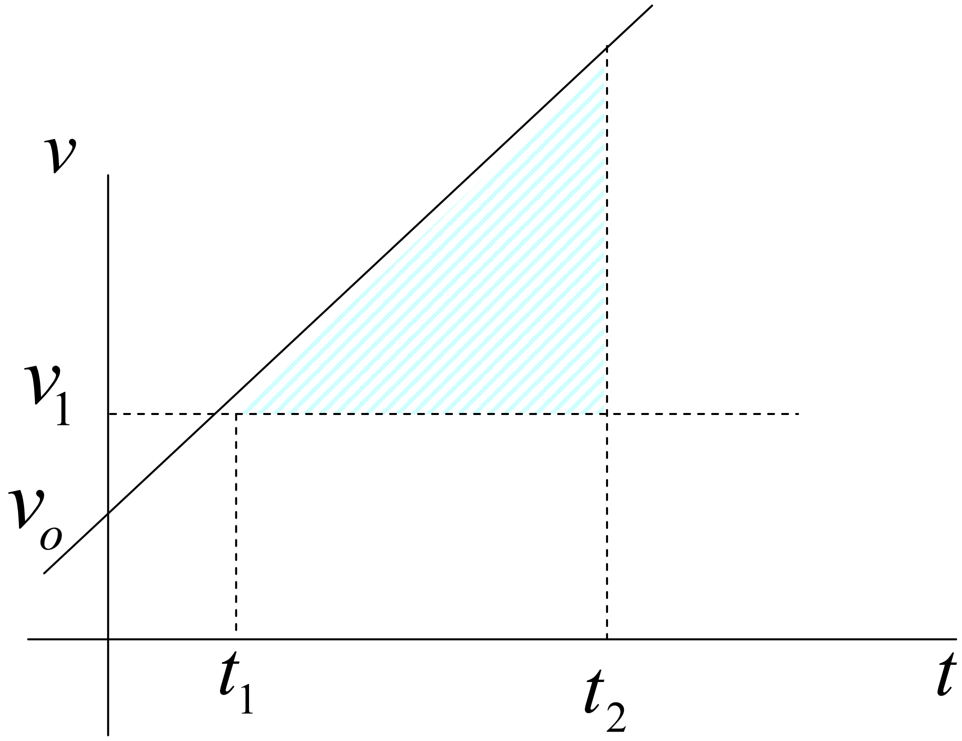


Movimiento Unidimensional con aceleración Uniforme

- Velocidad

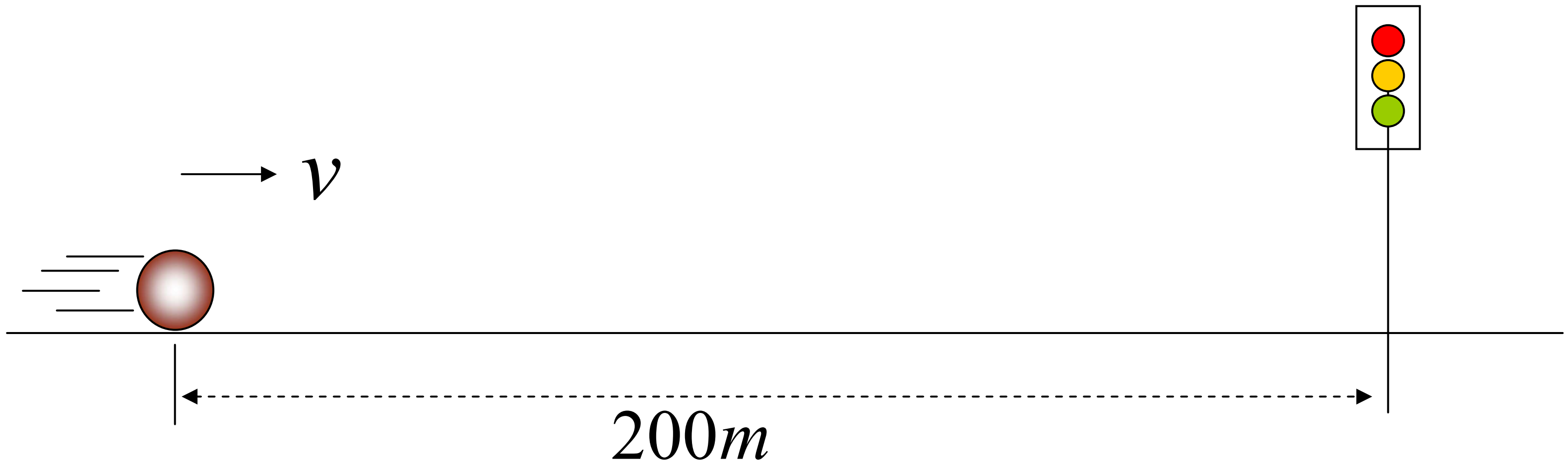
$$v = v_o + a(t_2 - t_1)$$

$$\frac{v - v_o}{t_2 - t_1} = a = cte$$



Movimiento Unidimensional con aceleración uniforme

- **Ejemplo 1:**Un automóvil se encuentra a 200m de un semáforo. Si la luz roja se activará en 5 segundos. Determinar la aceleración que debe tener el automóvil, tal que llegue exactamente cuando se activa la luz roja



Caída Libre de los Cuerpos

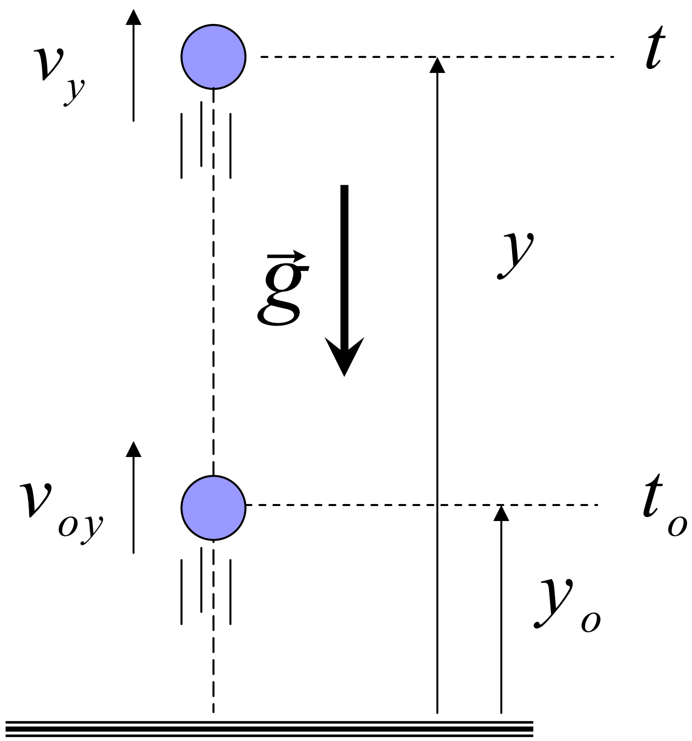
- Aceleración constante de la gravedad g

$$y = y_0 \pm v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v_y = \pm v_{oy} - g(t - t_o)$$

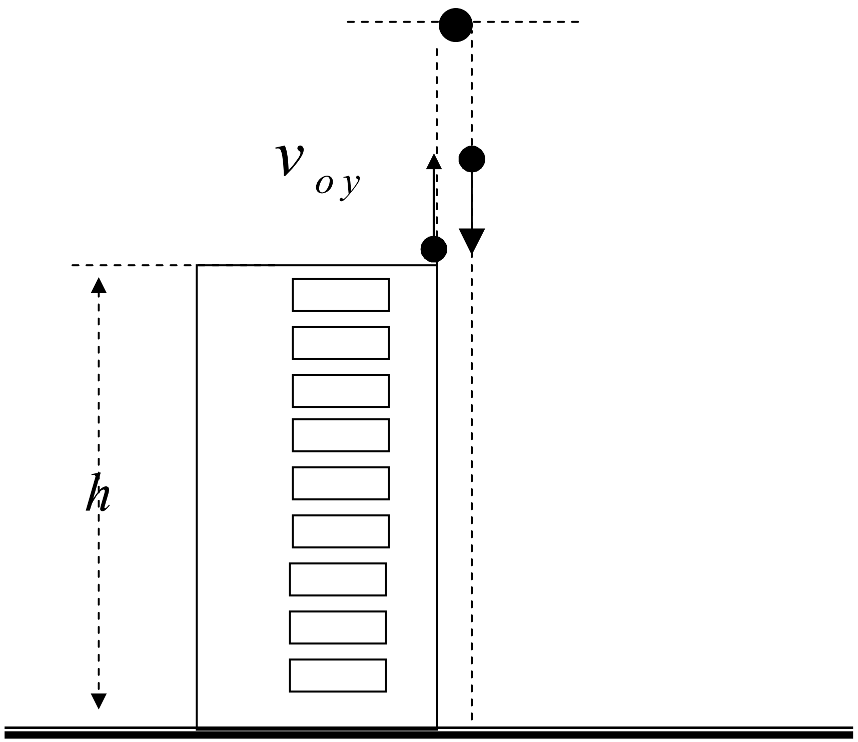
$$v_y^2 = (\pm v_o)^2 - 2g(y - y_0)$$

$$\frac{y - y_o}{t - t_o} = \frac{v_y + v_{oy}}{2}$$



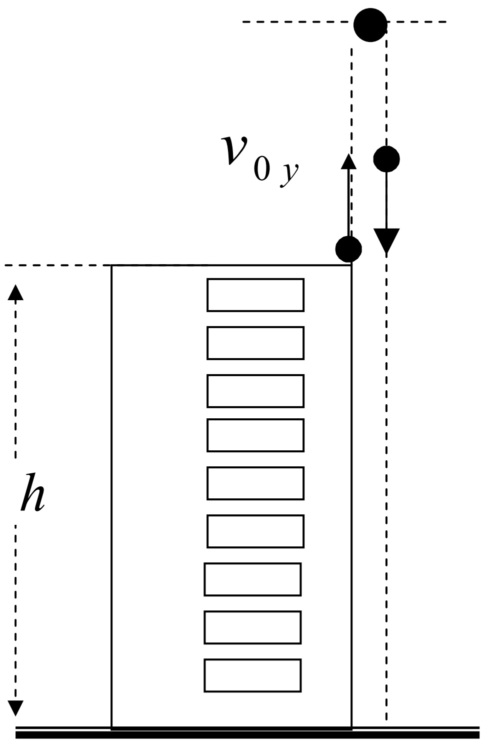
Caída libre de los cuerpos

- **Ejemplo:** Una partícula se lanza verticalmente hacia arriba con velocidad de 40m/s desde lo alto de un edificio de 100m. Determinar el tiempo que demora en llegar al suelo (piso 1). h=100m, g=9.8m/s^2



Caída libre de los cuerpos

- **Ejemplo:** Una partícula se lanza verticalmente hacia arriba con velocidad de 40m/s desde lo alto de un edificio de 100m. Determinar el tiempo que demora en llegar al suelo (piso 1), h=100m, g=9.8m/s^2



$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

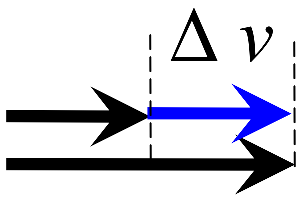
$$-h = +v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\frac{1}{2}gt^2 - v_{0y}t - h = 0$$

$$t = \frac{v_{oy} \pm \sqrt{v_{oy}^2 + 2h}}{g}$$

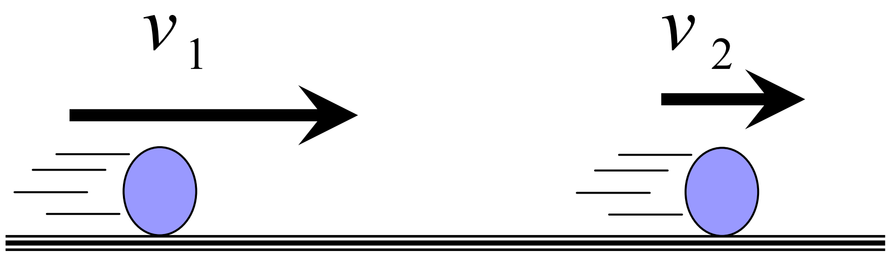
Carácter vectorial de la velocidad y aceleración

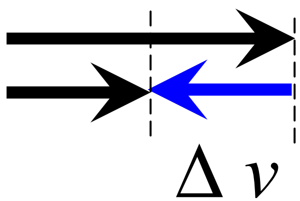
- Acelerado



Carácter vectorial de la velocidad y aceleración

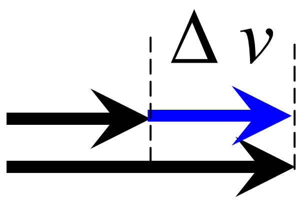
- Desacelerado



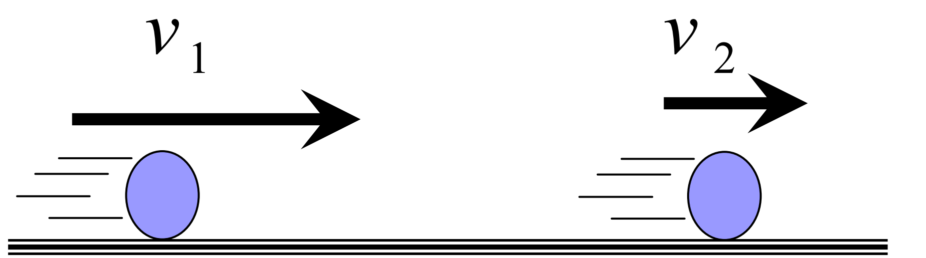


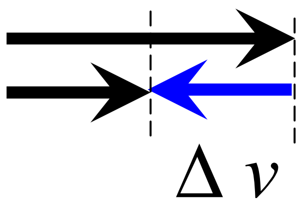
Carácter vectorial de la velocidad y aceleración

- Acelerado



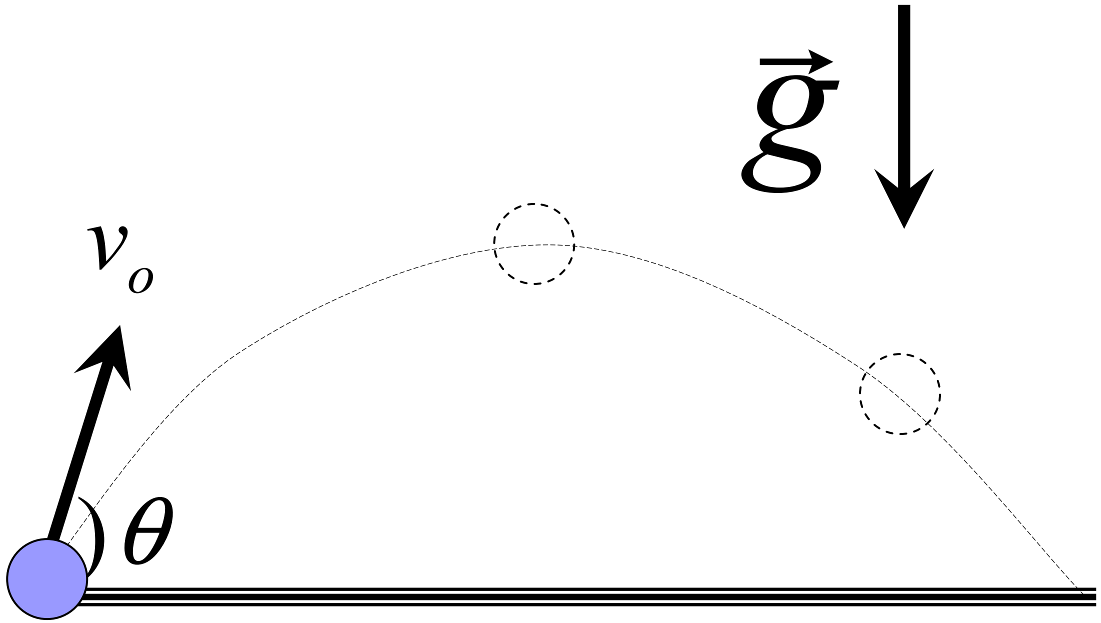
- Desacelerado





Movimiento de Proyectiles

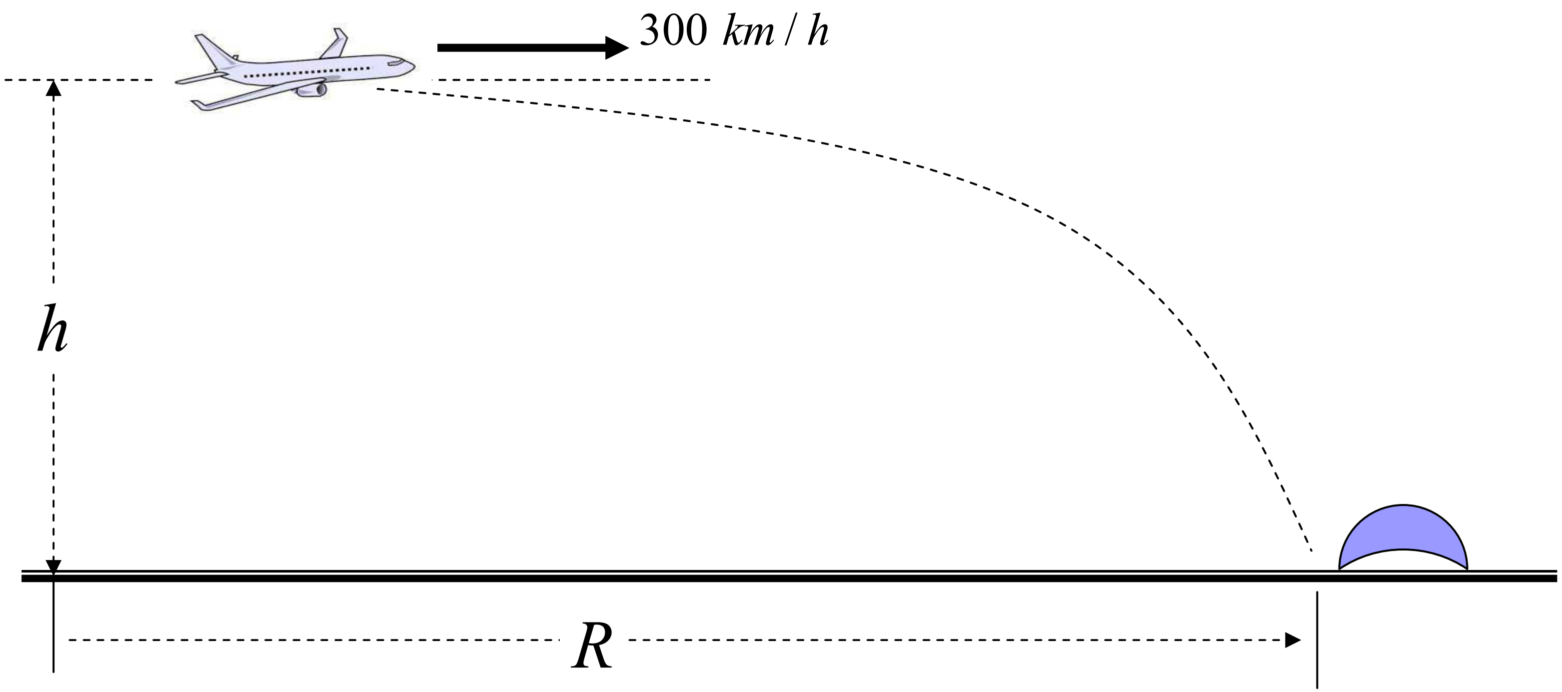
- Movimiento Horizontal
  - Velocidad constante
- Movimiento vertical
  - Aceleración constante



$$y = x\,tg\,\theta - g\,\frac{x^2}{2v_o^2\cos^2\theta}$$

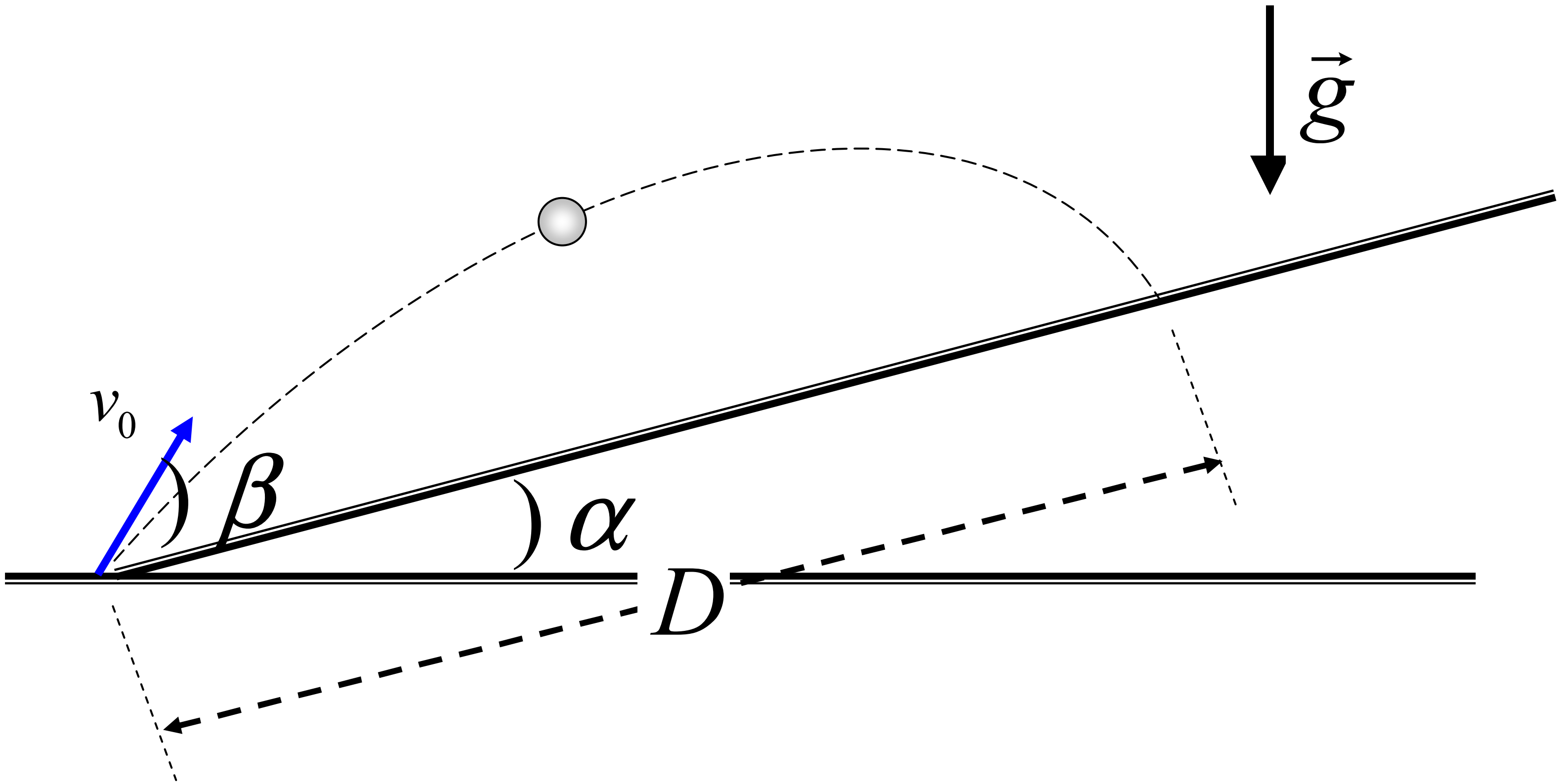
Movimiento de Proyectiles

- **Ejemplo:** Un avión que vuela a 300km/h, debe soltar provisiones en un campamento. A qué distancia antes de pasar por el campamento debe soltarse las provisiones tal que estas lleguen sobre el campamento?. Si h= 600m



Movimiento de Proyectiles

- **Ejemplo:** Determinar la distancia a la cual cae la pelota, sobre el plano inclinado. La pelota es lanzada con rapidez inicial de 50m/s.

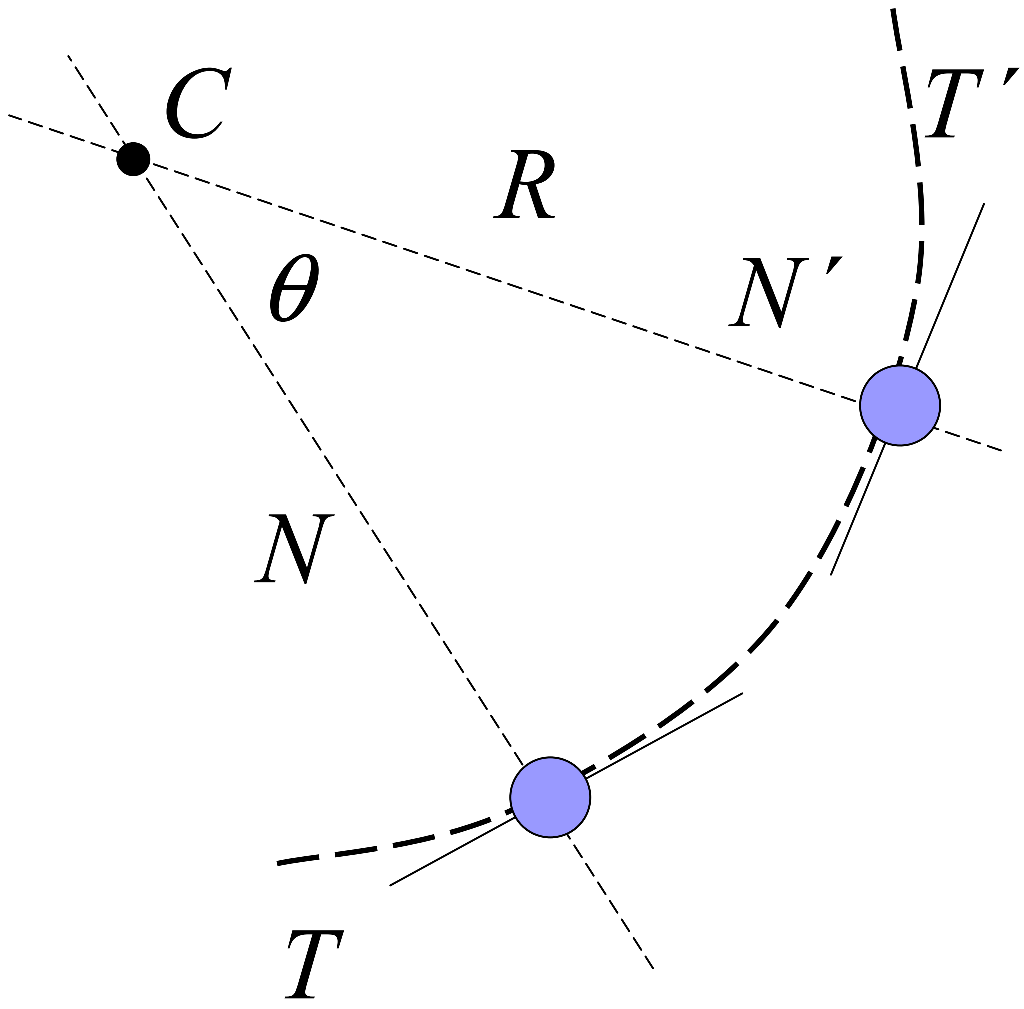


Movimiento de Proyectiles

- Velocidad Horizontal constante
- Aceleración vertical constante, llamado gravedad
  - Siempre apunta hacia abajo (nivel de referencia)
- Válido Para Distancias menores que el radio de la tierra

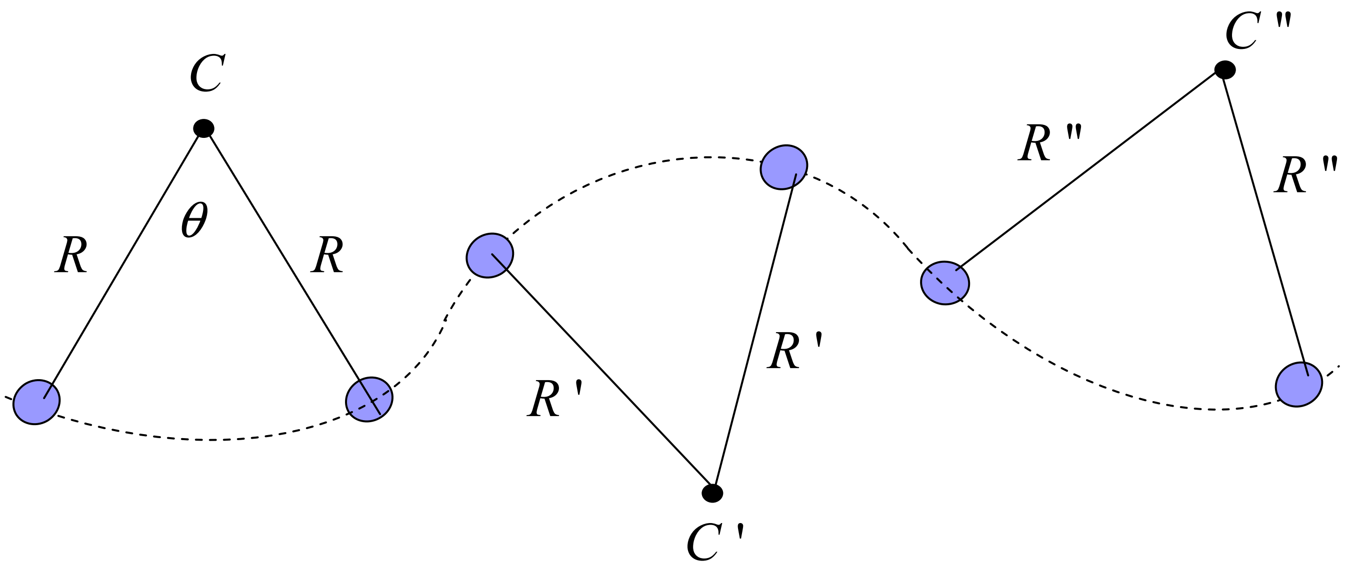
Movimiento Curvilíneo

- **R** radio de curvatura
- **C** centro de curvatura
- **T** eje tangencial
- **N** eje normal
- **T, N** ejes móviles



Movimiento Curvilíneo

- Radio y centro de curvatura móviles



Movimiento Curvilíneo

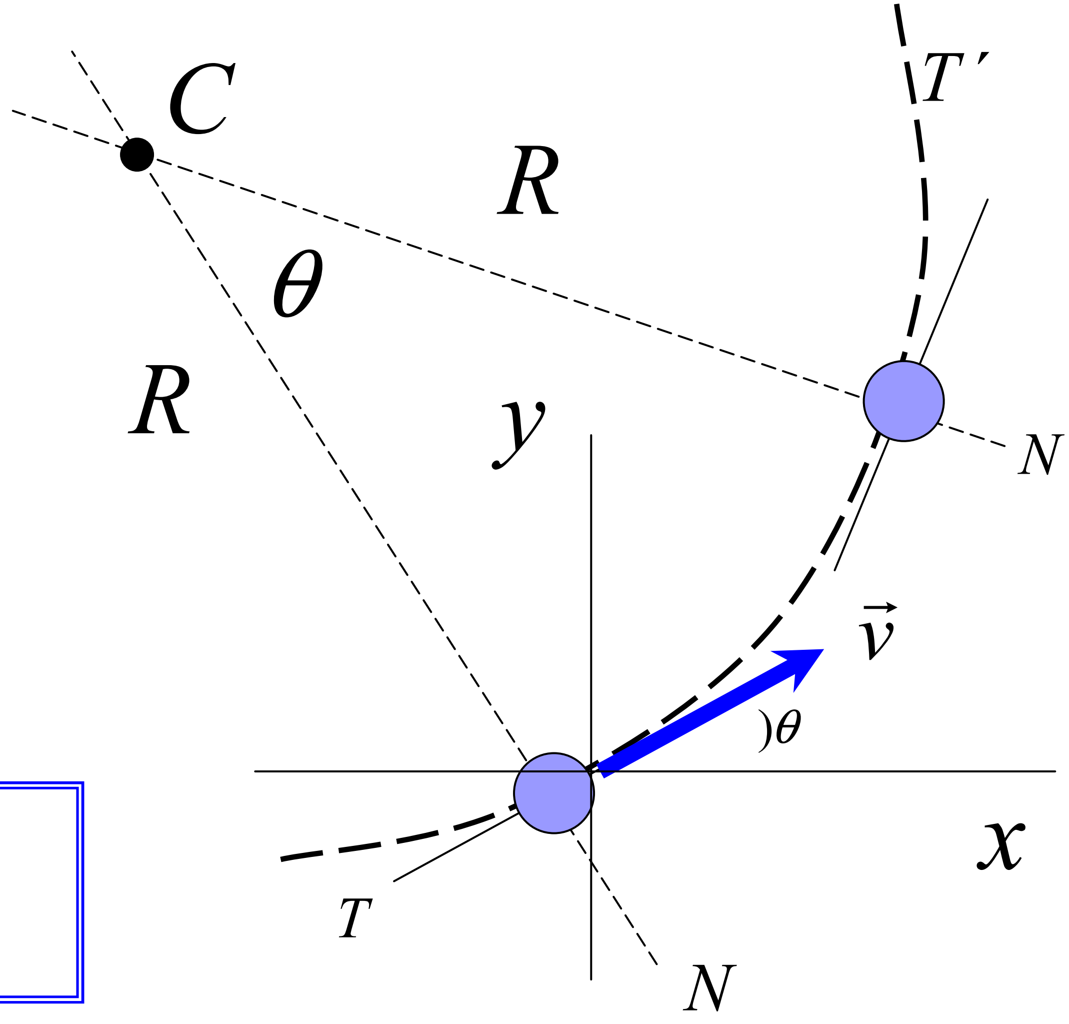
- Aceleración

$$\boxed{\begin{aligned} \hat{u}_T &= \hat{u}_T(t) \\ v &= v(t) \end{aligned}}$$

$$\vec{v} = v\,\hat{u}_T$$

$$\vec{a} = \frac{d(v\,\hat{u}_T)}{dt}$$

$$\boxed{\vec{a} = v\frac{d\hat{u}_T}{dt} + \frac{dv}{dt}\hat{u}_T}$$



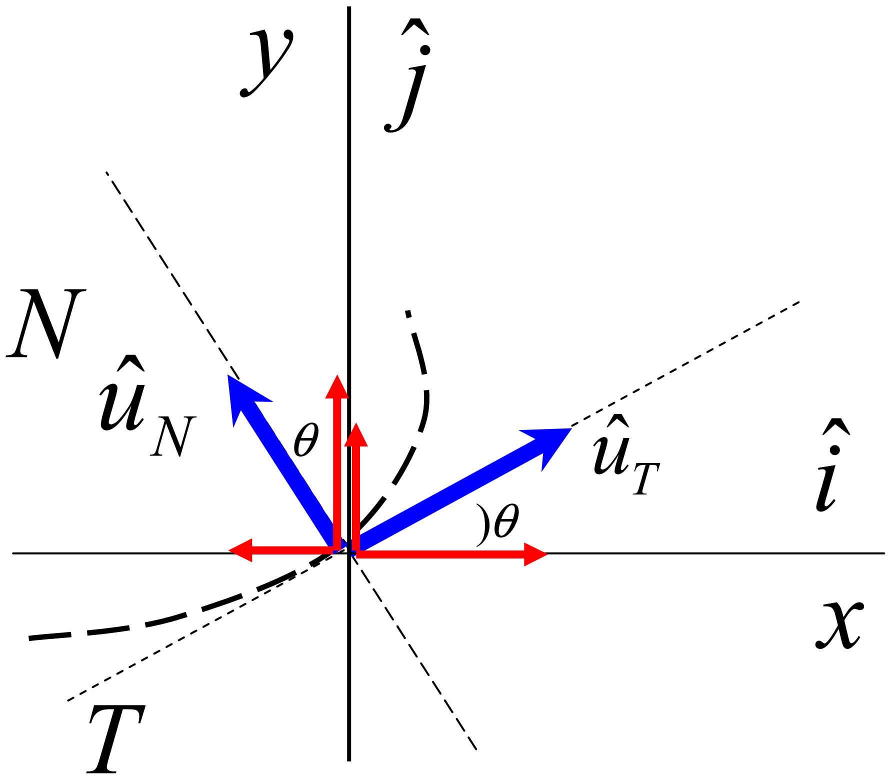
Movimiento curvilíneo

- Vectores unitarios

$\hat{i}, \hat{j} : const$

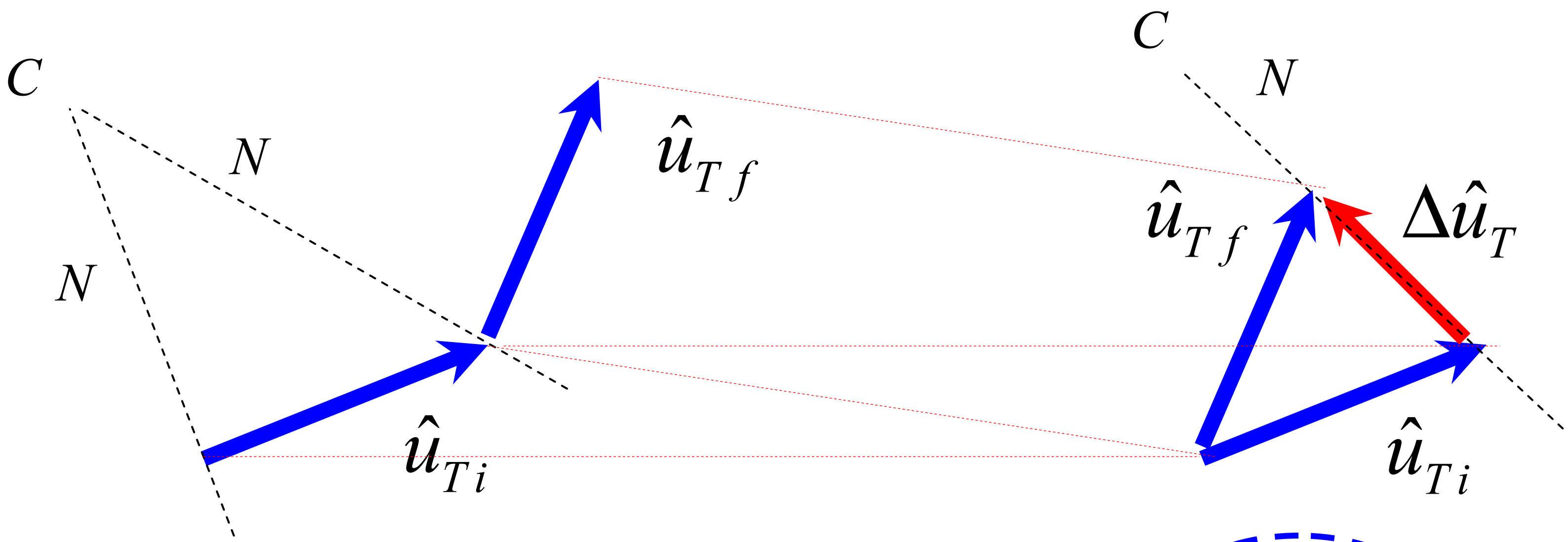
$$\hat{u}_N = -\hat{i} sen\theta + \hat{j} \cos\theta$$

$$\hat{u}_T = \hat{i} \cos\theta + \hat{j} sen\theta$$



Movimiento Curvilíneo

- Cambio de dirección hacia el centro de curvatura C



$$\frac{d\hat{u}_T}{dt} = (-\hat{i}sen\theta + \hat{j}\cos\theta)\frac{d\theta}{dt} = \hat{u}_N\frac{d\theta}{dt}$$

Movimiento Curvilíneo

- Aceleración Normal
  - Cambio de dirección

$$\vec{a}_N = \frac{v^2}{R}\hat{u}_N$$

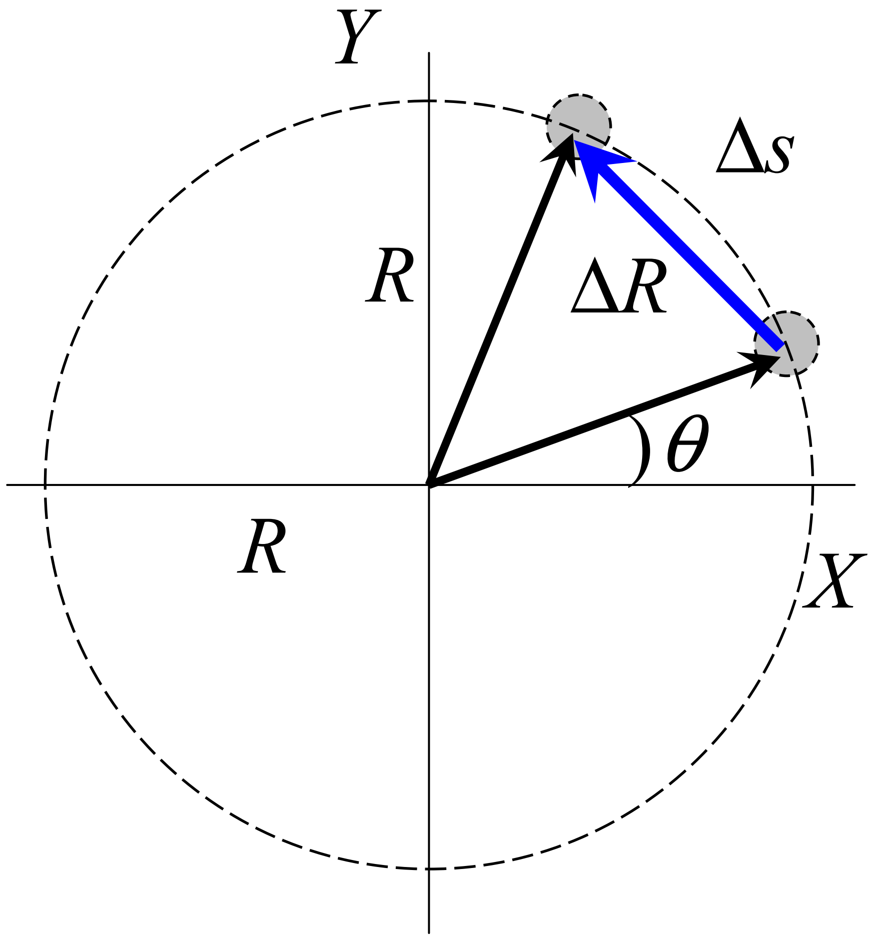
- Aceleración Tangencial
  - Cambio de valor

$$\vec{a}_T = \frac{dv}{dt}\hat{u}_T$$

$$\vec{a} = \vec{a}_N + \vec{a}_T$$

Movimiento Circular

- Radio de Curvatura Constante R
- Centro de curvatura Fijo



Movimiento Circular

- Ecuaciones
  - Velocidad Angular

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

  - Aceleración Angular

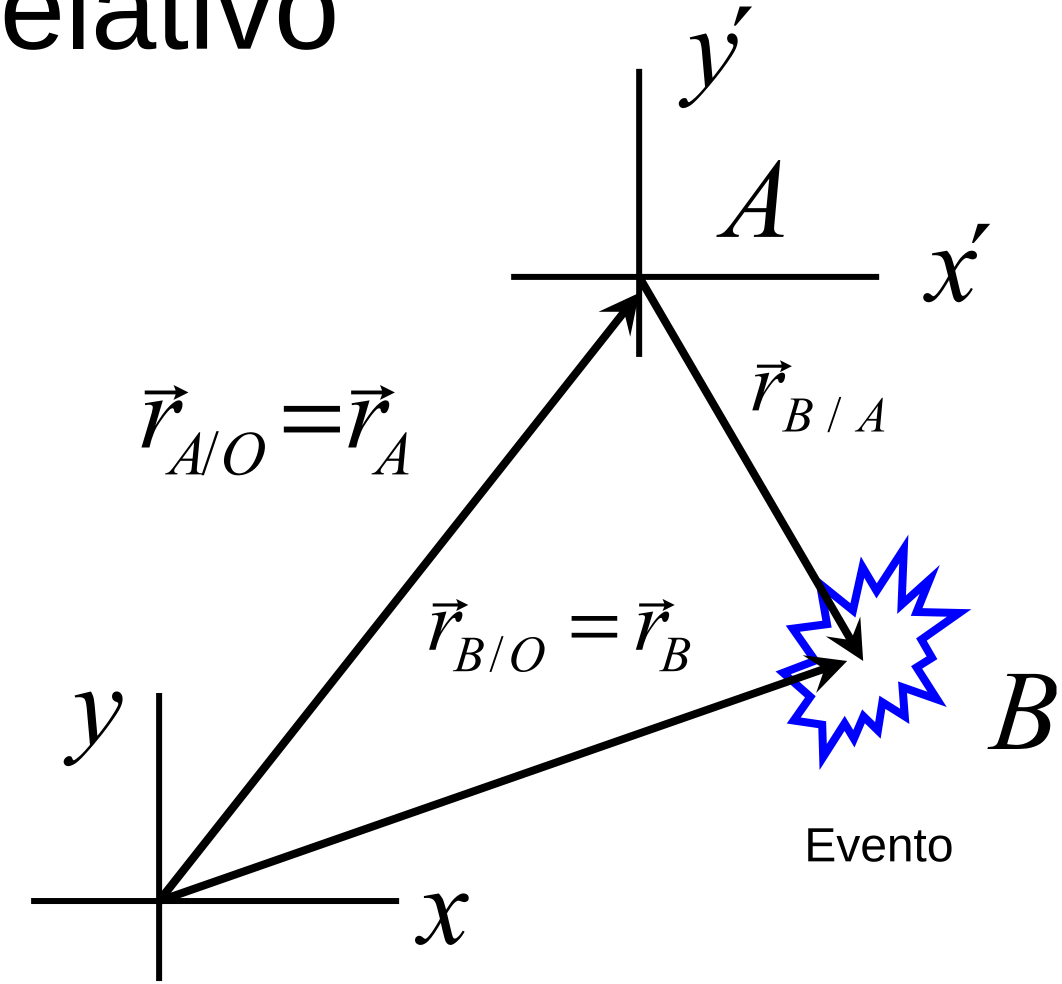
$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Movimiento Relativo

- Se mide un evento por dos observadores en movimiento relativo

$$\boxed{\vec{r}_{B/A} = \vec{r}_B - \vec{r}_A}$$



Movimiento Relativo

- Velocidad relativa

$$\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$$

$$\vec{v}_{B/A} = -(\vec{v}_A - \vec{v}_B) = -\vec{v}_{A/B}$$

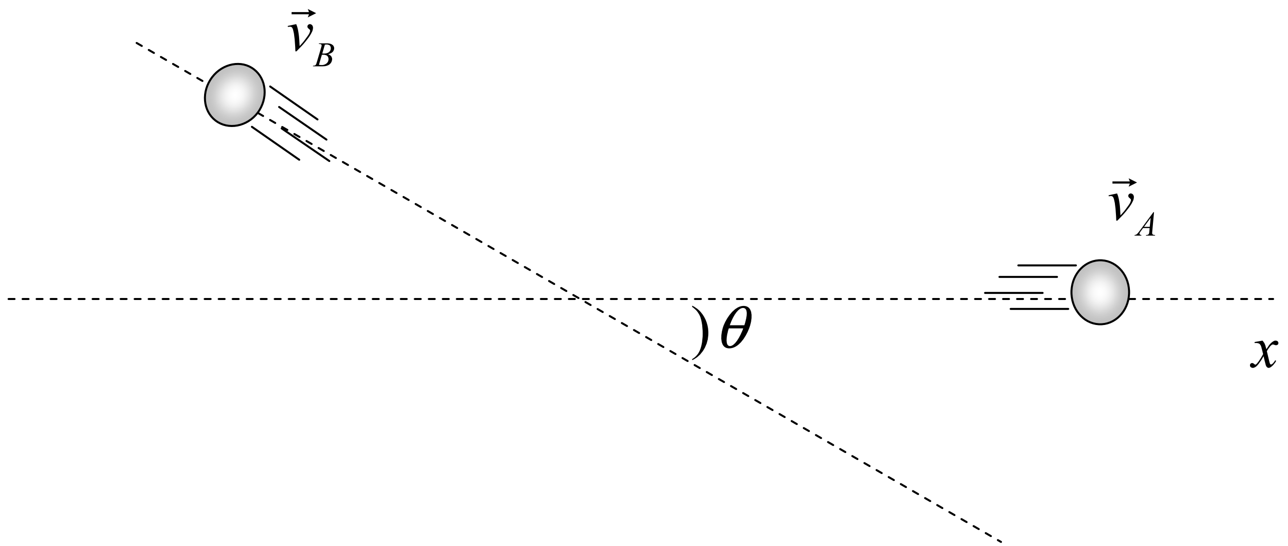
- Aceleración relativa

$$\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B - \vec{a}_A$$

$$\vec{a}_{B/A} = -(\vec{a}_A - \vec{a}_B) = -\vec{a}_{A/B}$$

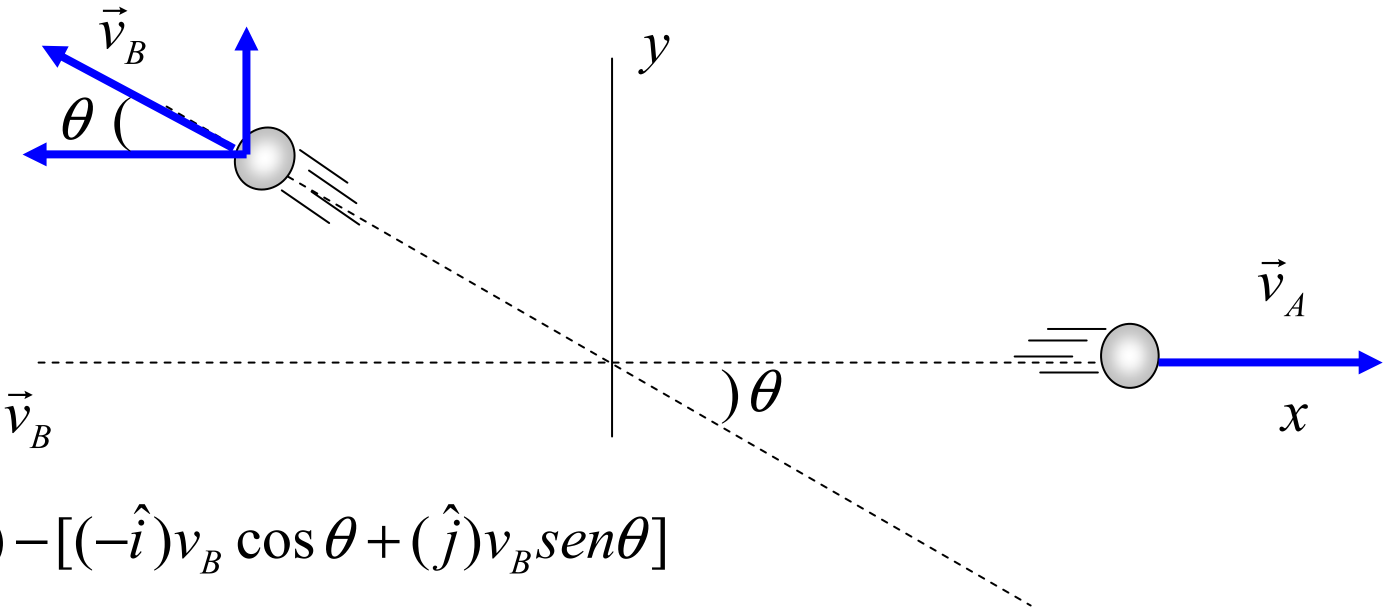
Movimiento Relativo

- **Ejemplo1**: Dos automóviles se mueven con velocidades de 20m/s y 30 m/s en las direcciones que se ilustran en la figura. Determinar la velocidad relativa del móvil a medido por el móvil B. Si θ = 30º



Movimiento Relativo

- **Ejemplo1**: Dos automóviles se mueven con velocidades de 20m/s y 30 m/s en las direcciones que se ilustran en la figura. Determinar la velocidad relativa del móvil a medido por el móvil B. Si θ = 30º



$$\vec{v}_{A/B} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$$

$$\vec{v}_{A/B} = v_A(\hat{i}) - [(-\hat{i})v_B \cos\theta + (\hat{j})v_B sen\theta]$$

Movimiento Relativo

- **Ejemplo 2:** Dos aviones vuelan a la misma altitud, si el avión A tiene una rapidez de 200 km/h, y el avión B con rapidez de 300 km/h. Todo esto en el momento que se ilustra en la figura. Determinar la velocidad del avión B medido por el piloto en el avión A

Referencias

- Estática, Ingeniería Mecánica, 7ma Edición, R.C. Hibeller, Addison Wesley, 1997
- Física, Vol I, Raymond Serway, 4ta edición, McGraw-Hill, 1997
- Notas de Aula, Marco A. Merma Jara, Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica FIEE, Universidad Nacional del Callao UNAC, 2003