



Trabajo y Energía

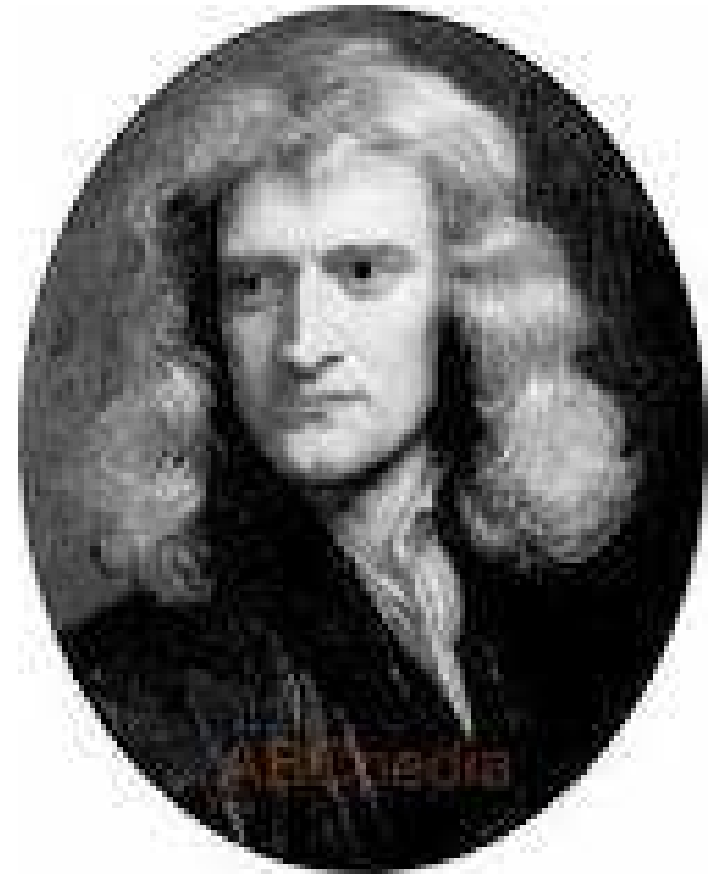
Marco A. Merma Jara

<http://mjfisica.net>

Versión: 8.2013

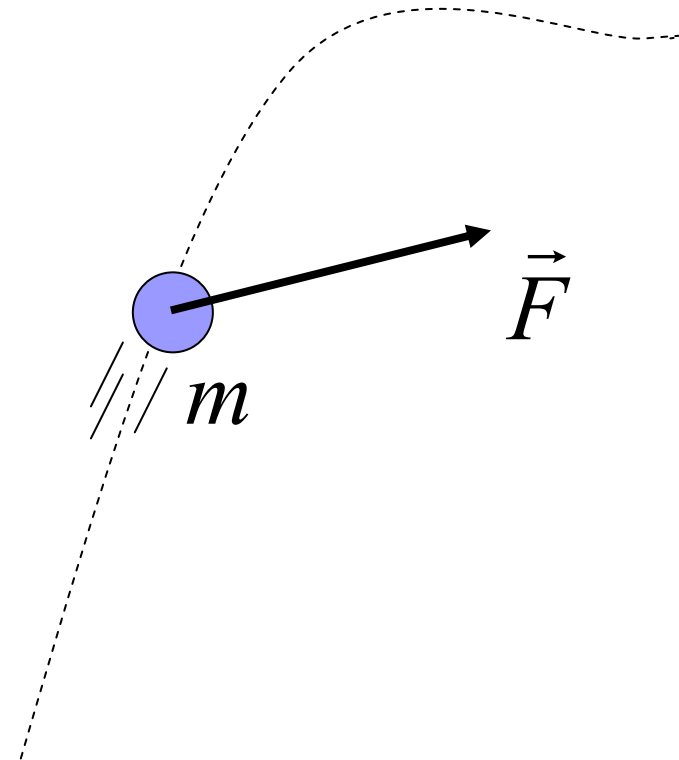
Contenido

- Trabajo Mecánico
- Interpretación geométrica del trabajo
- Trabajo en resortes
- Trabajo y Energía Potencial elástica
- Trabajo y energía potencial gravitatoria
- Trabajo y energía cinética
- Potencia mecánica
- Ejercicios y Problemas
- Referencias



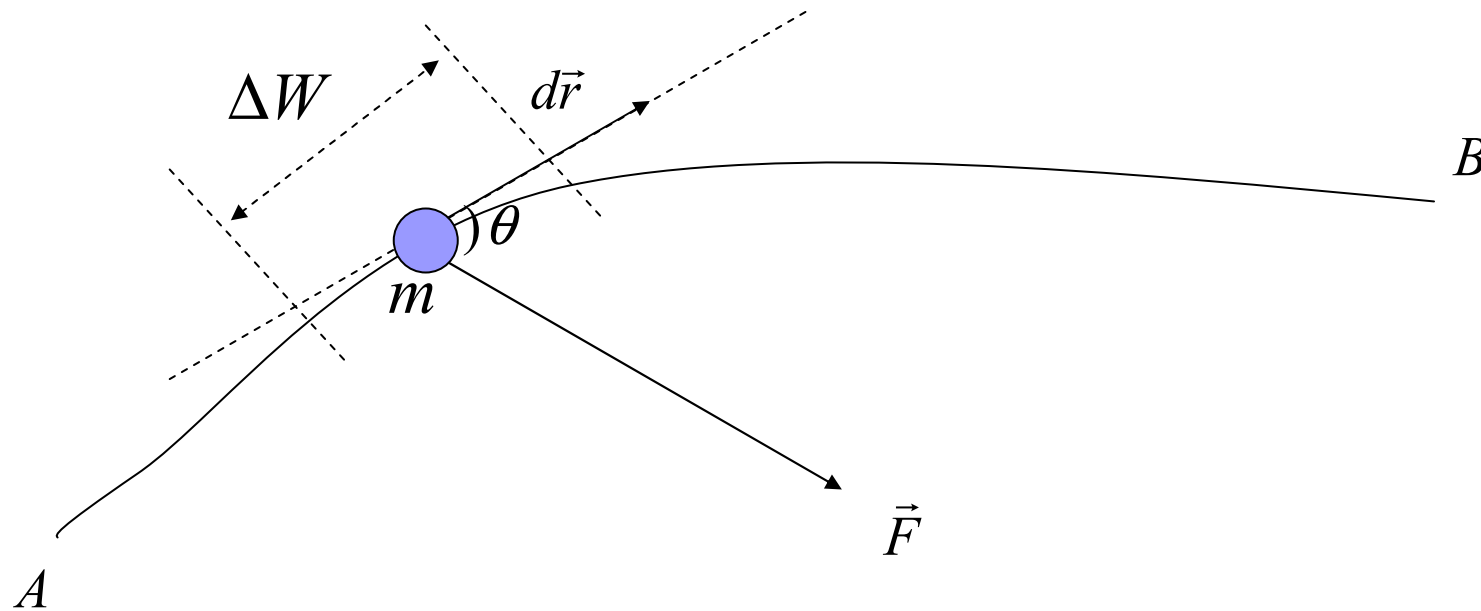
Trabajo mecánico

- “Capacidad que tiene una fuerza para mover un cuerpo de un punto inicial hacia otro final”
- “Capacidad de una fuerza para generar movimiento”



Trabajo mecánico

- Si m : masa, F : fuerza



$$\Delta W = \vec{F} \bullet d\vec{r}$$

Trabajo mecánica: Unidades

- Sistema internacional de unidades

- $[W]=[F][dr]=Nm$

- Se lee newton-metro

- $Nm = \text{Joule} = J$

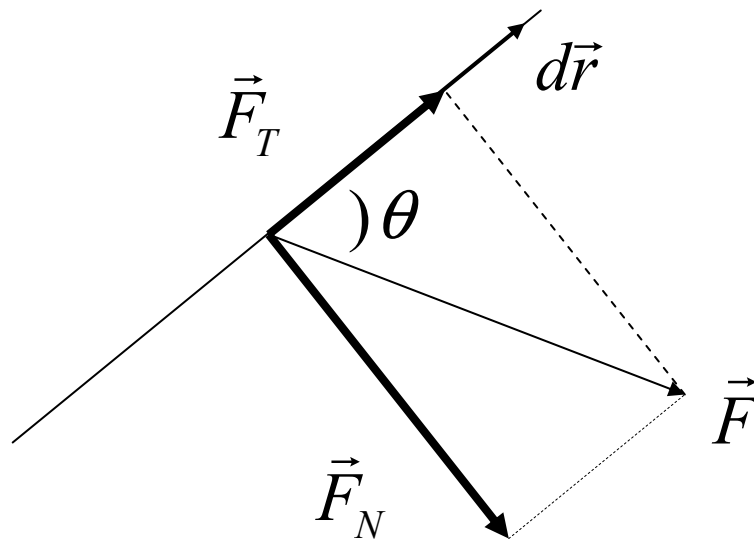
- Sistema inglés de unidades

- $[W]=[F][dr]= \text{lb pie}$

- Se lee libra-pie

Trabajo mecánico

- Se cuantifica el trabajo mecánico
 - “Contribución de la fuerza en la dirección del movimiento”



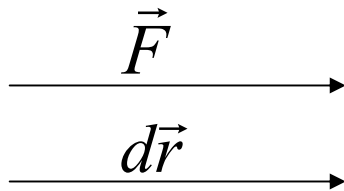
$$\Delta W = (F \cos \theta) dr$$

$$F_T = F \cos \theta$$

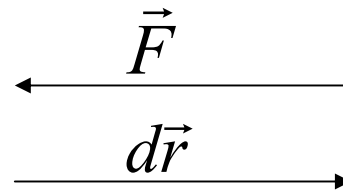
$$\Delta W = F_T dr$$

Signos del Trabajo

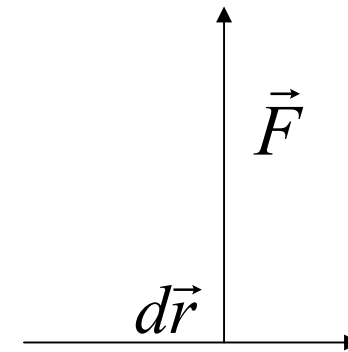
- El trabajo mecánico puede ser positivo o negativo



$$W > 0$$



$$W < 0$$



$$W = 0$$

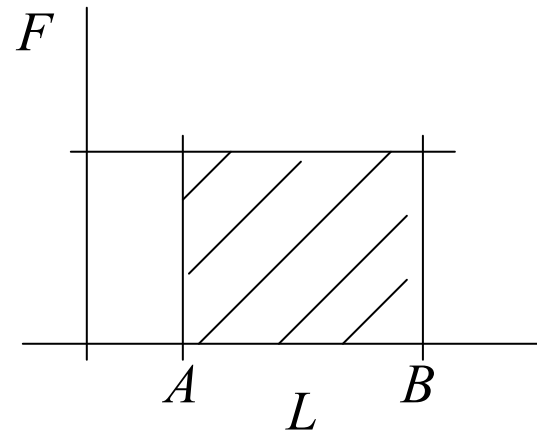
Trabajo de una fuerza variable

- Si F es variable $F=F(r)$
- r : posición
- A, B posiciones inicial y final

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B F_T dr$$

Interpretación geométrica del trabajo

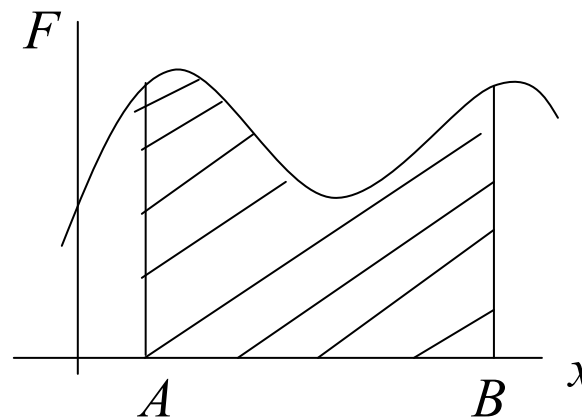
- Si $F = \text{cte}$



Área = valor del Trabajo

$$W = FL$$

- Si $F \neq \text{cte}$

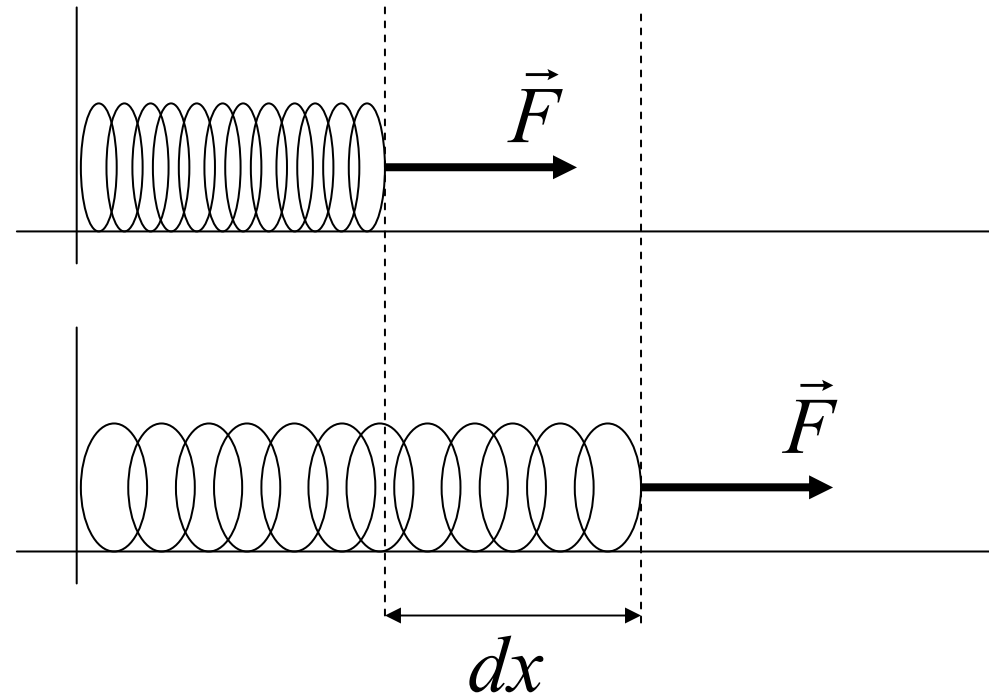


Área = valor del Trabajo

$$W = \int_A^B F dx$$

Trabajo en resortes

- Ley de Hooke $F=kX$
- F : fuerza variable
- K constante de rigidez
- X :deformación



$$W = \int_{x_0}^{x_1} F dx = \frac{1}{2} kx_1^2 - \frac{1}{2} kx_0^2$$

Trabajo y energía potencial elástica U

- Se define energía potencial elástica U
- $U=U(x)$
- Si $x=x_0 \Rightarrow U=U_0$
- Si $x= x_1 \Rightarrow U= U_1$
- En resortes
 - “El trabajo de la fuerza deformadora es igual a la variación de la energía potencial elástica”

$$U = \frac{1}{2} kx^2$$

$$U_1 = \frac{1}{2} kx_1^2 \quad U_0 = \frac{1}{2} kx_0^2$$

$$W = U_1 - U_0 = \Delta U$$

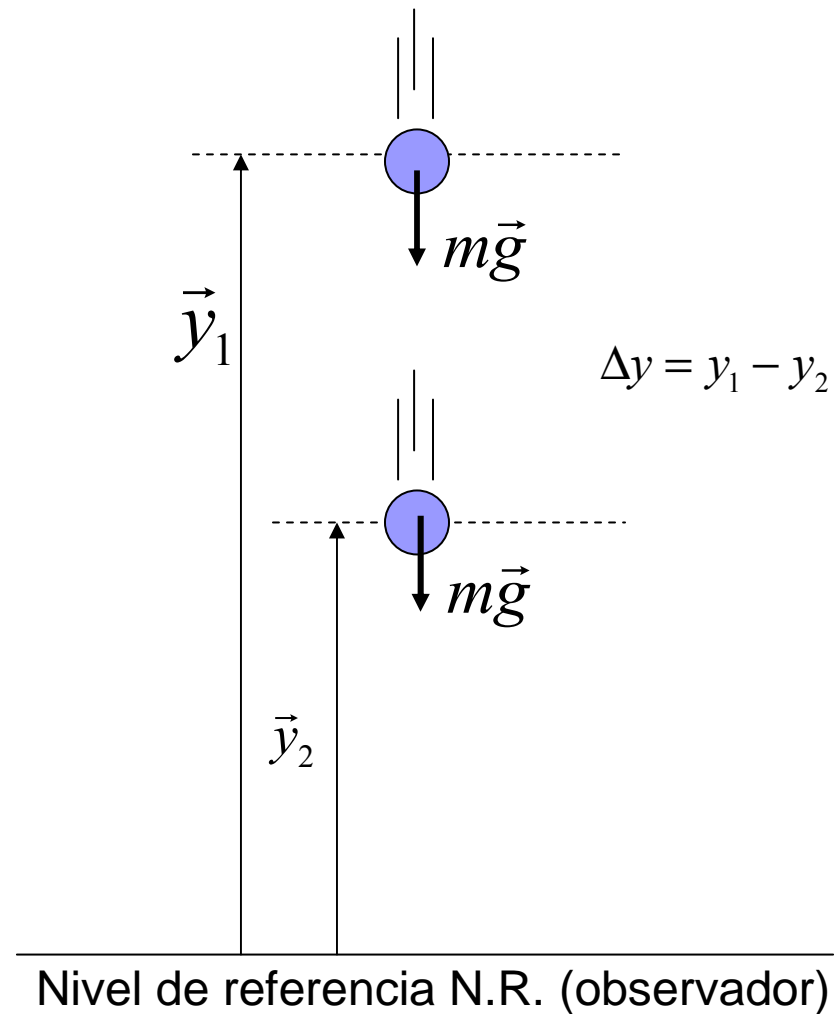
Trabajo y energía potencial gravitatoria

- Un cuerpo que cae libremente
- La única fuerza que actúa es el PESO
- El peso $m\vec{g}$ es constante

$$\Delta W = m\vec{g} \cdot \Delta\vec{y}$$

$$\Delta W = m\Delta y(\hat{j} \cdot \hat{j})$$

$$\Delta W = mgy_1 - mgy_2$$



Trabajo y energía potencial gravitatoria

- Se define la energía potencial gravitatoria V
 - $V = mgy$
- $V = V(y)$
- Donde y es la posición respecto del observador (N.R.)
- Si $y = y_1 \Rightarrow V = V_1$
- Si $y = y_2 \Rightarrow V = V_2$
- Para el PESO
 - “El trabajo es igual al negativo de la variación de la energía potencial gravitatoria”

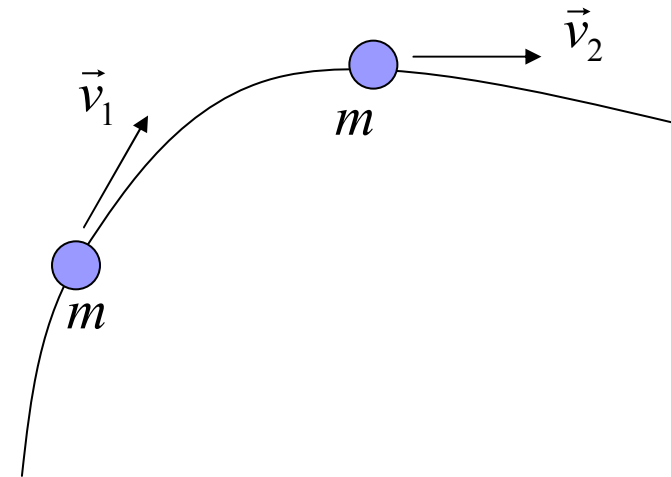
$$V = mgy$$

$$V_1 = mgy_1 \quad V_2 = mgy_2$$

$$W = -\Delta V$$

Trabajo y energía cinética

- Si un cuerpo de masa m está en movimiento con rapidez v
- La fuerza es variable
- La velocidad es variable
- Donde r es el vector desplazamiento



$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \frac{d\vec{r}}{d\vec{r}} = m\vec{v} \frac{d\vec{v}}{d\vec{r}}$$

$$W = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

Trabajo y energía cinética

- Se define energía cinética K
- $K=K(v)$
- Si $v=v_1 \Rightarrow K=K_1$
- Si $v=v_2 \Rightarrow K=K_2$
- Para cualquier tipo de fuerza (variable o constante)
 - “El trabajo es igual a la variación de la energía cinética de traslación”

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \quad K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$W = K_2 - K_1$$

$$W = \Delta K$$

Potencia mecánica

■ Potencia media $\langle P \rangle$

- ΔW trabajo
- Δt tiempo

$$\langle P \rangle = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

■ Potencia instantánea

P

- dW trabajo
- dt tiempo

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{Fdr}{dt}$$

$$P = Fv$$

Potencia mecánica: unidades

- Sistema internacional de unidades
 - $[P]=[F][v]=\text{Nm/s}=\text{J/s}$
 - $\text{J/s} = \text{Watt}=\text{W}$
- Sistema inglés de unidades
 - $[P]=[F][v]=\text{lb pie/s}$
 - $550 \text{ lb pies/s} = \text{hp} = \text{horse power}$
- Equivalencia
- $746 \text{ W} = 1 \text{ hp}$

Potencia y eficiencia

- Eficiencia e es una cantidad adimensional
- Razón de potencias
- También
 - Razón de energías
 - Razón de trabajos

$$e = \frac{P_{UTIL}}{P_{ENTREGADA}}$$

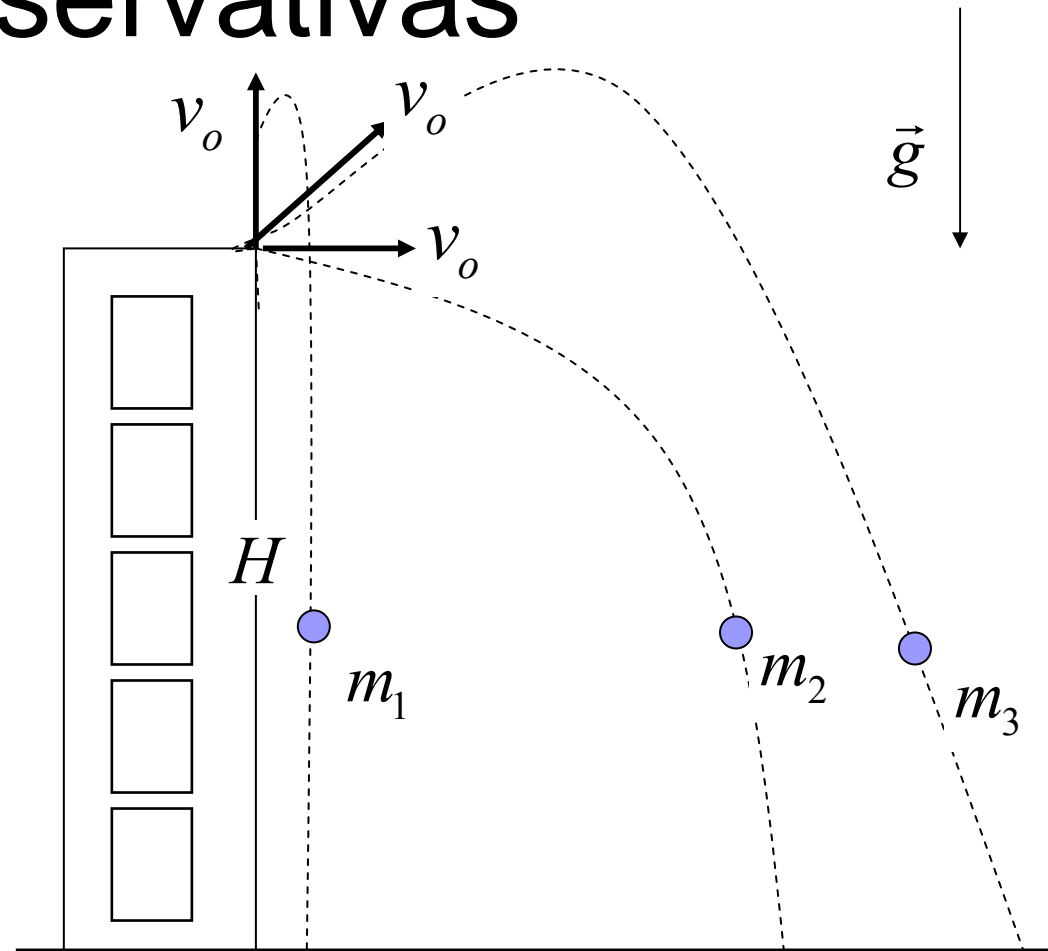
$$e = \frac{W_{UTIL}}{W_{ENTREGADA}}$$

$$e = \frac{E_{UTIL}}{E_{ENTREGADA}}$$

$$0 < e < 1$$

Fuerzas conservativas

- “Una fuerza es conservativa, si el trabajo realizado por dicha fuerza es independiente del camino recorrido”
- El trabajo sólo depende de las posiciones inicial y final, respecto del nivel de referencia



$$W_1 = W_2 = W_3 = mgH$$

N.R. Nivel de referencia (observador)

Energía mecánica E

- La suma de las energías
 - Cinética de traslación
 - Potencial elásticas
 - Potencial gravitatoria
- Se denomina energía mecánica

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

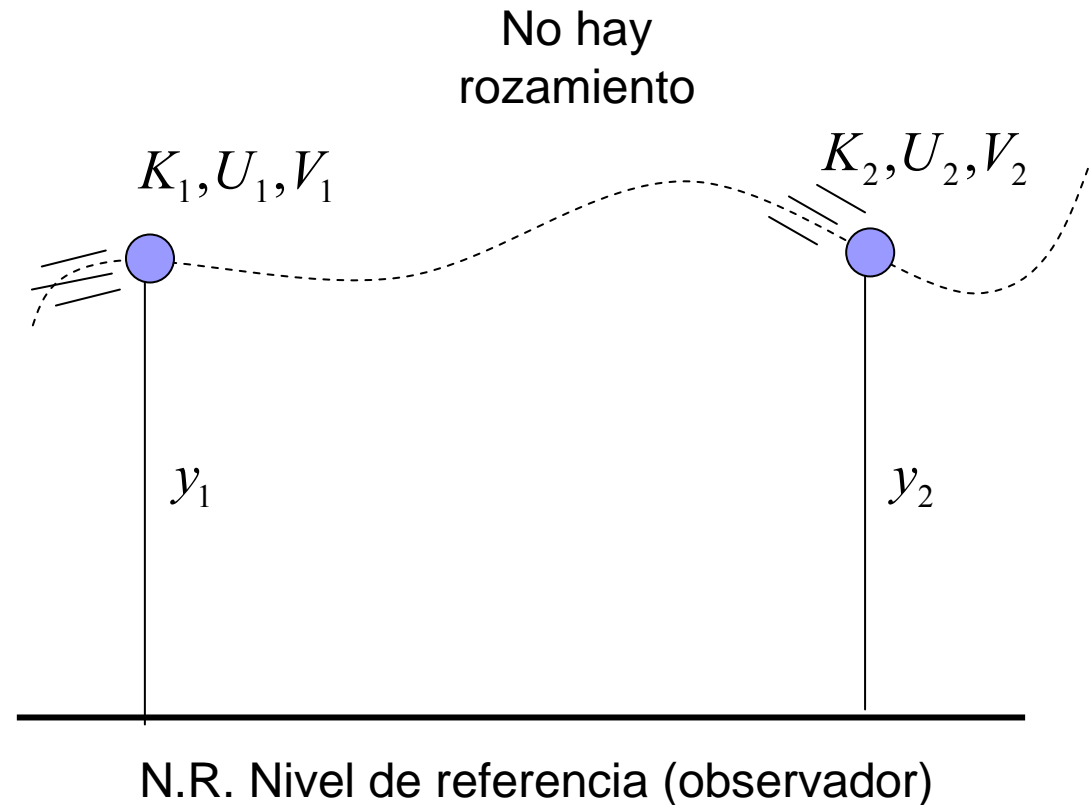
$$U = \frac{1}{2}kx^2$$

$$V = mgy$$

$$E = K + U + V$$

Conservación de la energía mecánica

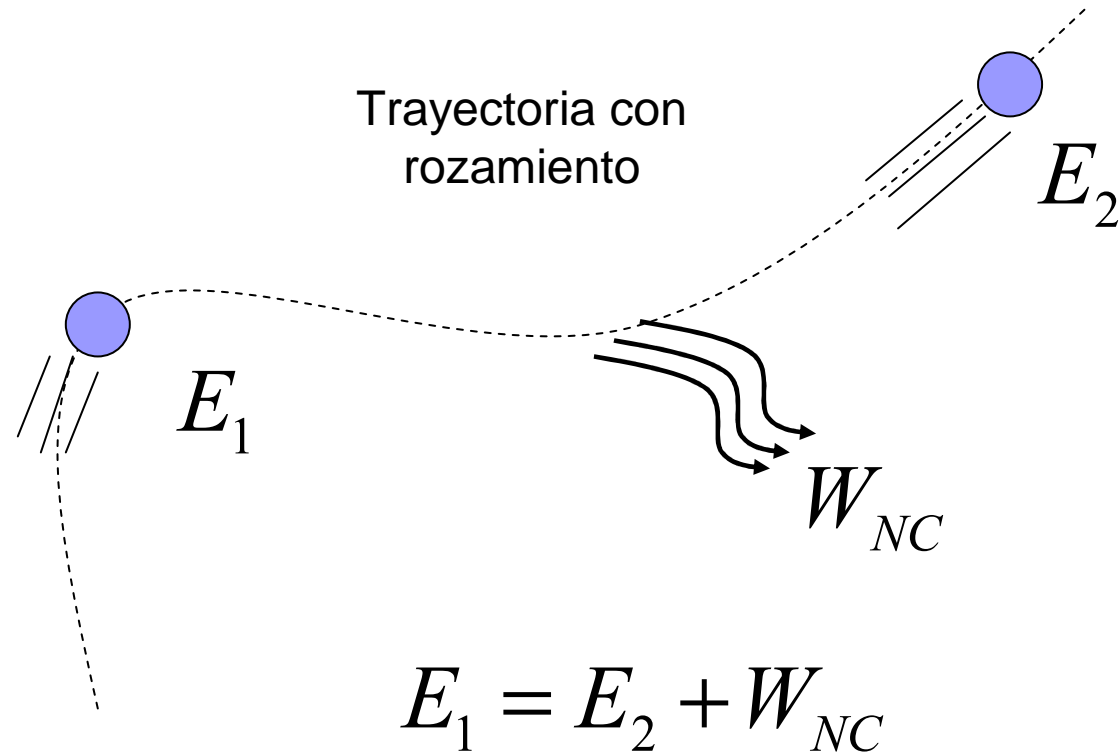
- “Si sólo existen fuerzas conservativas, entonces la energía mecánica de un sistema permanece constante”
- Caso contrario
 - No permanece constante



$$E_1 = E_2 = cte$$

Trabajo de fuerzas no conservativas

- “Una fuerza es no conservativa, si ocasiona cambios de energía de la forma mecánica a otras ”
- “La **energía** en el universo permanece constante, no se crea ni destruye, solo se transforma”



$$W_{NC} = -\Delta E$$

Referencias

- Estática, Ingeniería Mecánica, 7ma Edición, R.C. Hibeller, Addison Wesley, 1997
- Física, Vol I, Raymond Serway, 4ta edición, McGraw-Hill, 1997
- Notas de Aula. Marco A. Merma Jara, Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica FIEE, Universidad Nacional del Callao UNAC, 2003