Movimiento de cuerpos rígidos

Marco A. Merma Jara
http://mjfisica.net

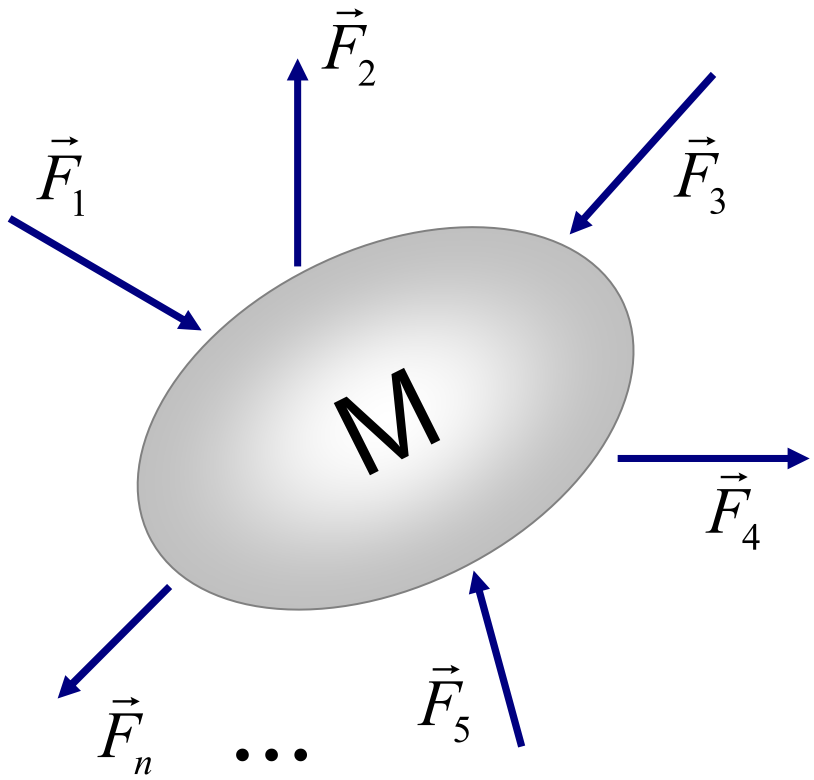
Versión: 8.2013

Contenido

- Cuerpos rígidos
- Rotación de cuerpos rígidos
- Momento de inercia
- Teorema de Steiner
- Energía cinética de rotación
- Segunda ley de Newton para cuerpos rígidos
- Trabajo en cuerpos rígidos
- Conservación de la energía
- Impulso angular y momento angular
- Traslación y rotación de cuerpos rígidos
- Ejercicios y Problemas

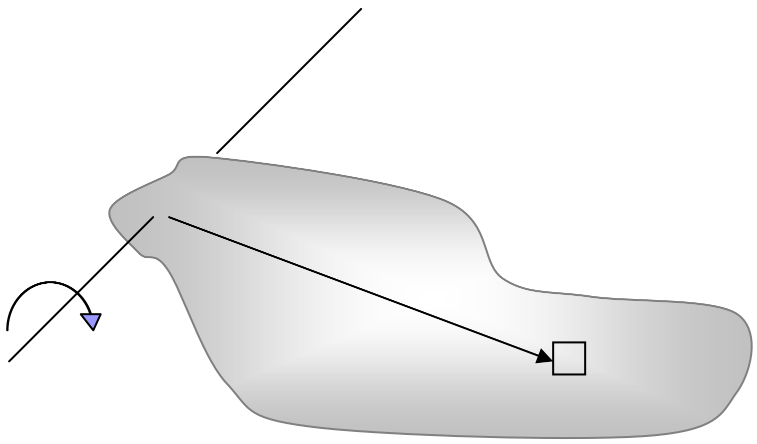
Cuerpos rígidos

- Dado un cuerpo de masa M
- Se considera
  - Tamaño
  - Forma
- Modelo idealizado
  - "No cambia de forma bajo la acción de fuerzas"



Rotación de un cuerpo rígido

- Si un cuerpo rora la rededor de un eje fijo
- Cada punto del cuerpo tiene
  - Diferente velocidad lineal
  - Diferente aceleración lineal

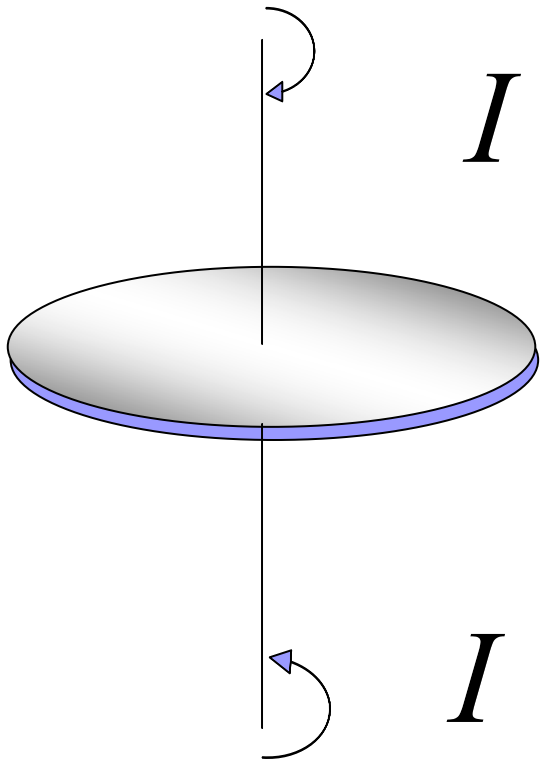


$$v_i = \omega \, r_i$$

$$a_i = \alpha \, r_i$$

Momento de inercia

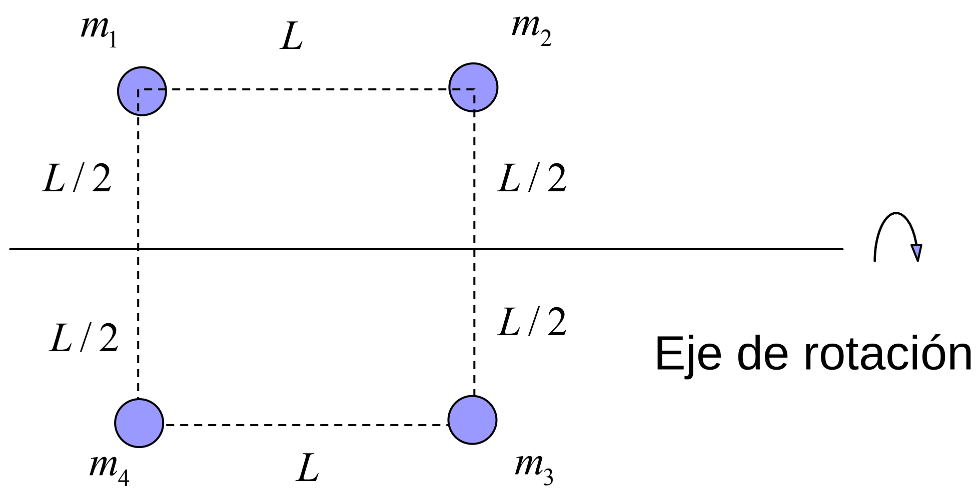
- La oposición a la rotación se mide a través del momento de inercia de un cuerpo rígido
- I : momento de inercia
  - Magnitud escalar



Momento de inercia de un sistema discreto

- Dado un sistema discreto de partículas
- Con masas
- mi, =1,2,..n

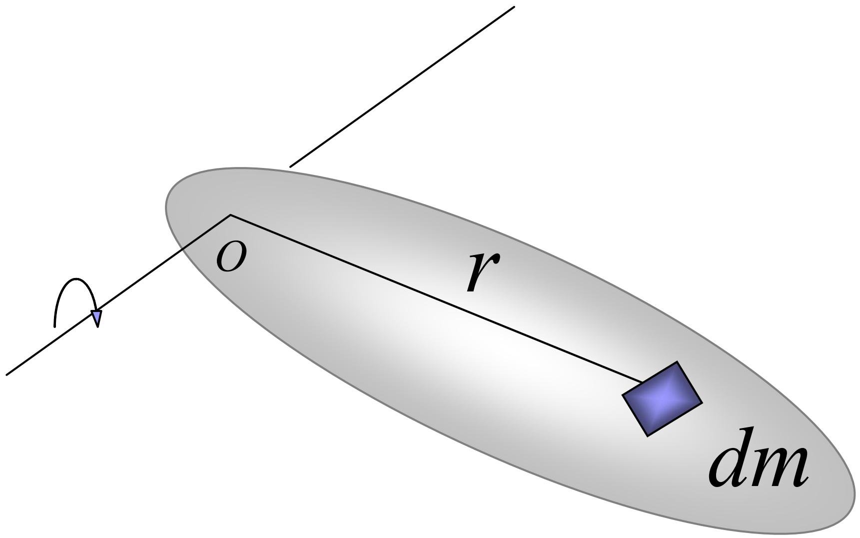
$$I_o = \Sigma m_i r_i^2$$



$$I_o = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)\left(\frac{L}{2}\right)^2$$

Momento de inercia de un sistema continuo

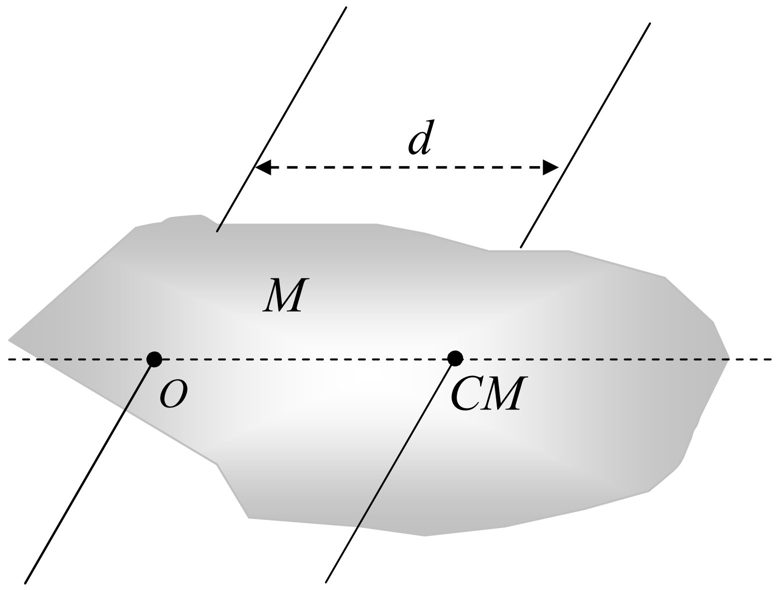
- Dado un cuerpo rígido homogéneo
- Con masa M
- Y punto de rotación O
- El momento de inercia I
  - Depende por donde pasa el eje de rotación



$$\boxed{I_O = \int r^2 dm}$$

Teorema de Steiner

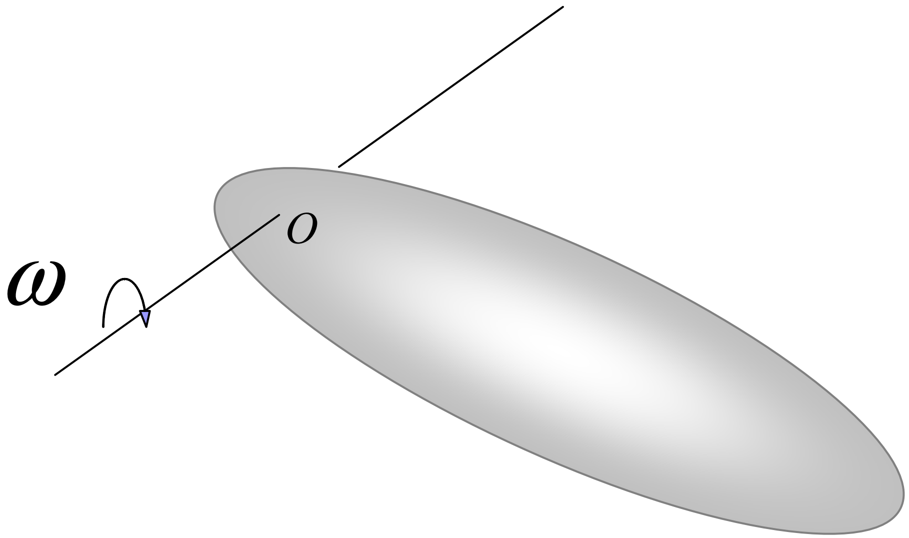
- O teorema de los ejes paralelos
- d distancia entre los ejes paralelos
- M masa del cuerpo rígido



$$\boxed{I_O = I_{CM} + Md^2}$$

Energía cinética de rotación

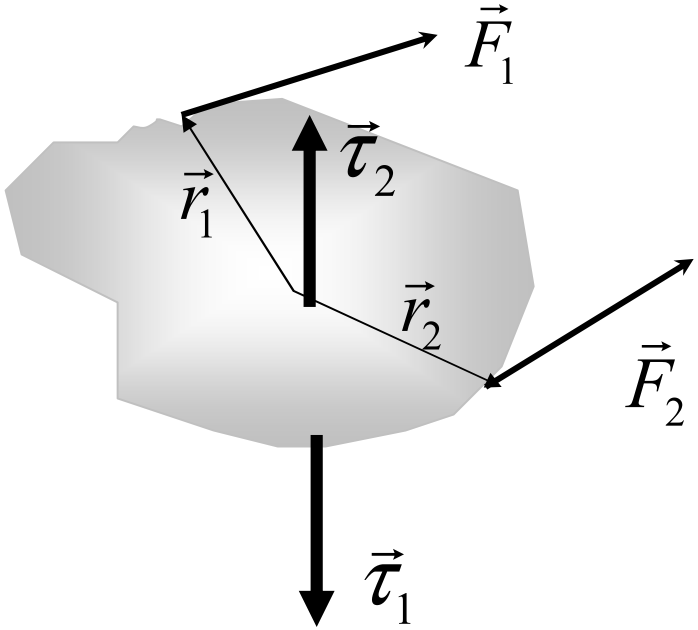
- Para un cuerpo rígido que rota alrededor de un eje fijo
- Sea Kr su energía cinética de rotación



$$\boxed{K_r = \frac{1}{2} I_o \omega^2}$$

Segunda ley de Newton para cuerpos rígidos

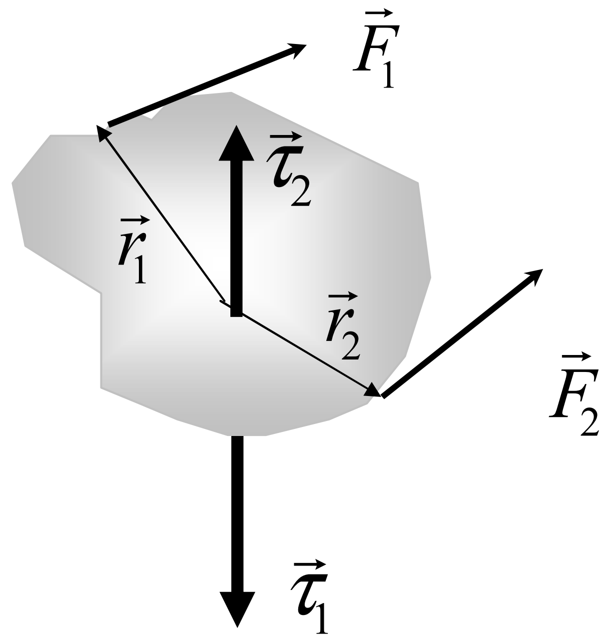
- El torque resultante, esta en la misma dirección de la aceleración angular



$$\boxed{\Sigma \vec{\tau} = I_O \vec{\alpha}}$$

Trabajo en cuerpos rígidos

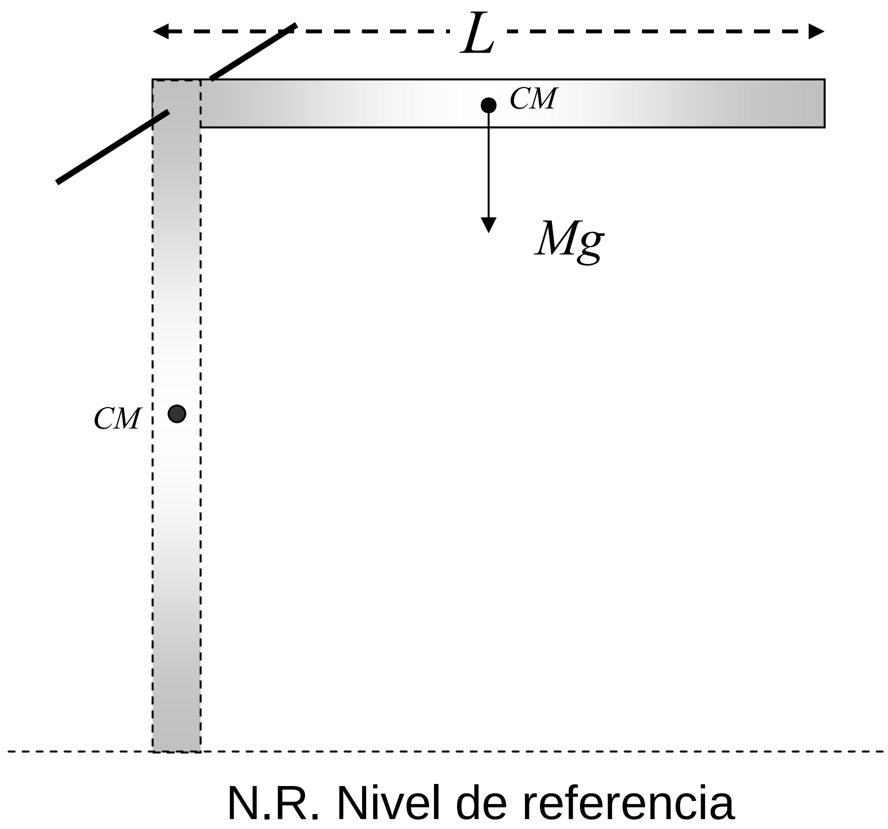
- La contribución del torque en la dirección de la aceleración angular



$$\boxed{W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau \, d\theta}$$

Conservación de energía en cuerpos rígidos

- Si fuerzas son conservativas
  - E1=E2=cte



Impulso y momento angular en cuerpos rígidos

- J: impulso angular
- L: momento angular

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \qquad \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

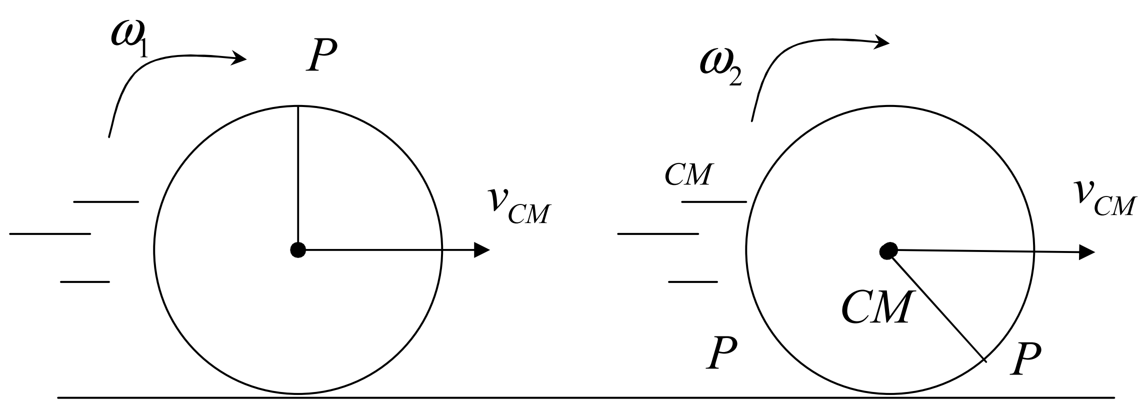
$$\vec{\tau}\, dt = d\vec{L}$$

$$\int \vec{\tau}\, dt = \vec{L}_f - \vec{L}_i$$

$$\boxed{\vec{J} = \Delta \vec{L}}$$

Traslación y rotación de cuerpos rígidos

- Translación
  - Centro de masa
- Rotación
  - Momento de inercia



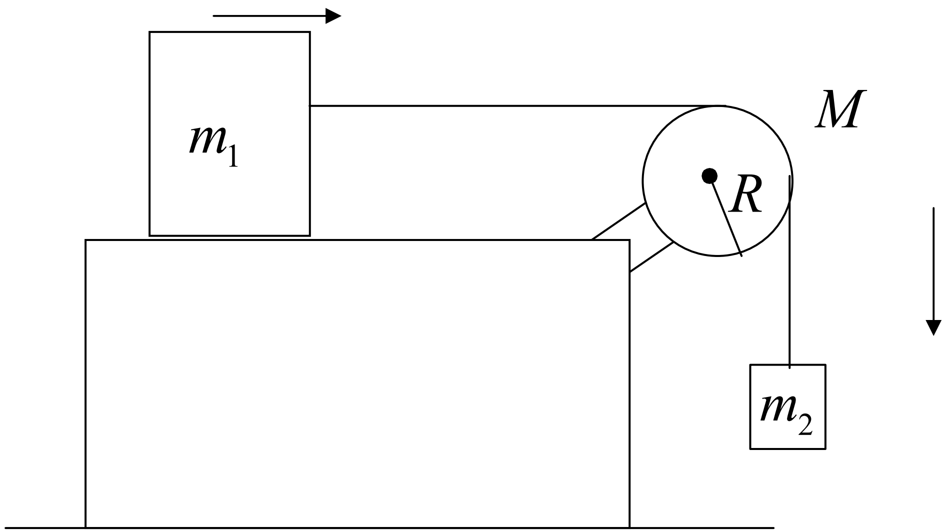
$$E_1 = K_{CM1} + K_{r1} + V_{CM1}$$

$$E_2 = K_{CM2} + K_{r2} + V_{CM2}$$

Si Solamente existen fuerza conservativas **===>** $\boxed{E_1 = E_1}$

Ejercicios

- En el sistema mostrado la polea homogénea tiene masa M y radio R, (a) determinar la aceleración angular de la polea en términos del momento de inercia y masas m_1 , m_2 (b) Determinar las tensiones en el cable inextensible



Referencias

- Estática, Ingeniería Mecánica, 7ma Edición, R.C. Hibeller, Addison Wesley, 1997
- Física, Vol I, Raymond Serway, 4ta edición, McGraw-Hill, 1997
- Notas de Aula. Marco A. Merma Jara, Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica FIEE, Universidad Nacional del Callao UNAC, 2003